TESTE NUMERE NATURALE

CLASA A V-A

Prof. CHISIU GABRIELA -Liceul Teologic Penticostal “Betel “ Oradea
Prof.MUSCA FLORINA- Școala Gimnazială „Oltea Doamna” Oradea

Materialul cuprinde șase teste de evaluare din capitolul NUMERE NATURALE și se adresează atât elevilor de clasa a V-a cât și elevilor care se pregătesc pentru examenul de Evaluare Națională. Exercițiile din teste sunt structurate pe trei nivele de dificultate.

Testul 1

*

1. Calculați:
   a) $4761:23$
   b) $27 \cdot 13 + 27 \cdot 15 - 27 \cdot 18$
   c) $3 \cdot \{2 + 3 \cdot [123 - 7 \cdot (5 \cdot 6 - 36:2) + 5]\} - 7$
2. Să se afle cel mai mic număr par de trei cifre diferite care are suma cifrelor 24.
3. Să se afle numărul care împărțit la 17 dă câtul 13 și restul 10.
4. Trei caiete costă 15 lei, iar două pixuri costă cu 12 lei mai puțin decât patru caiete. Câți lei va primi rest Andrei din 50 lei dacă cumpără 5 caiete și 3 pixuri?
5. Dacă $a = 16$, iar $b + c = 13$ să se afle $ab + ac + 29$.
6. Să se scrie cu cifre arabe numărul $CCCLXXVIII$.

**

1. Știind că $x + 2y = 17$, iar $y + z = 29$, să se afle $3x + 8y + 2z$.
2. Să se demonstreze că numărul $1 + 3 + 5 + \cdots + 2015$ este pătrat perfect.
3. Un număr împărțit la 36 dă restul 29. Să se afle restul numărului la împărțirea cu 12.
4. Să se afle numărul care împărțit la un număr de 2 cifre dă câtul 38 și restul 98.
5. Aflați numerele de forma $\overline{a5a}$ știind că suma cifrelor lui este cel mult 15.
6. Calculați suma $S = 2015 - 2014 + 2013 - 2012 + \cdots + 3 - 2 + 1$.

***

1. Andreea scrie pe tablă numerele de la 1 la 37. Mirel șterge 2 numere la întâmplare și apoi scrie pe tablă diferența lor mărită cu 1. El repetă acest procedeu până când pe tablă rămâne un singur număr. Să se afle paritatea acestuia.
2. Suma a 10 numere naturale diferite este 96. Să se arate că printre ele există cel puțin 2 numere pare.

Testul 2

*

1. Calculați:
   a) $253 : 11 + 121 \cdot (9 + 4 - 3 \cdot 4)$
   b) $5 \cdot (304 - 20 \cdot 12) - 3 \cdot (77 - 15 \cdot 5)$
   c) $6227 - 2 \cdot \{5 \cdot [2 \cdot (107 + 13) + 3 \cdot (104 + 8)]\}$
2. Dacă $ab + ac = 75$ și $b + c = 5$, calculați valoarea numărului a.
3. Determinați numărul de numere pare de forma $\overline{ab5c}$.
4. Calculați $1 + 2 + 3 + \cdots + 126$.
5. Scrieți toate numerele de trei cifre care se pot forma cu cifrele $1, 3, 6$ și apoi ordonați-le crescător.
6. Calculați suma resturilor posibile ale împărțirii unui număr natural la 5.

**

1. Determinați cel mai mare număr de forma $\overline{ab}$ care împărțit la 11 dă restul 5.
2. Câte numere de forma $\overline{abc}$ verifică relația $\overline{abc} - \overline{cba} = 594$?
3. Suma a patru numere naturale este de 1932. Determinați numerele știind că suma primelor două numere este 394, suma primelor trei este 906, iar suma ultimelor trei este 1803.
4. Diferența a două numere naturale este 37. Împărțind numărul mai mare la numărul mai mic, obținem câtul 2 și restul 9. Aflați numerele.
5. Determinați toate numerele care împărțite la 15 dau restul egal cu dublul câtului.
6. Calculați $7 + 9 + 11 + \cdots + 2015 - 5 - 7 - 9 - \cdots - 2013$.

***

1. Se dă șirul de numere: $5, 10, 15, 20, \ldots, 2015$
   a) Câți termeni are șirul?
   b) Calculați suma primilor 30 de termeni.
   c) Care este primul termen din șir cu suma cifrelor 21?
2. Aflați numărul $\overline{abc}$ care împărțit la 5 să dea câtul $\overline{bc}$ și restul a.

Testul 3

*

1. Calculați:
   a) 4+4·[4+4·(4+4·4)]
   b) {[12+164:(64+72:4)+3]:17}+1
   c) (11+22+...+99):11
2. Se știe că $x + y = 111$. Să se afle $3(x + y) - 33$.
3. Câte numere de forma $\overline{4aa}$ există?
4. Calculați 2+4+6+...+98+100.
5. Completați șirurile de numere naturale:
   a) 1, 5, ..., 13, ..., ..., 25. b) 48, 24, ..., ..., 3.
6. Aflați cel mai mic și cel mai mare număr natural care împărțite la 13 dau câtul 15.

**

1. Câte cifre se folosesc în numerotarea unei cărți care are 110 pagini?
2. Care număr este mai mare $\overline{x491}$ sau $\overline{4x91}$
3. Aflați trei numere naturale știind că primul este dublul celui de-al doilea, al doilea este dublul celui de-al treilea iar suma lor este 140.
4. Fie a și b două numere naturale nenule cu $a>b$ și numărul $x = 96a - 60b + 75$. Aflați restul împărțirii lui x la 12.
5. În câte zerouri se termină produsul primelor 25 numere naturale nenule?
6. Calculați 2004+2004·2005-2006·2003.

***

1. Se consideră șirul de numere naturale 1,2,3,4,9,10,11,12,17,18,19,20,...,2009,210,2011,2012. Calculați suma termenilor șirului.
2. Într-o școală sunt 731 elevi. Arătați că există cel puțin trei elevi care își serbează ziua de naștere în aceeași zi a anului(se consideră că anul are 365 zile).

Testul 4

*

1. Calculați:
   a) $2^{100}: 2^{98}$
   b) $6^{30}: 3^{30}: 2^{29}$
   c) $(2^{57} \cdot 3^{29}): (2^{56} \cdot 3^{29})$
2. Calculați:
   a) $2^3 + 3^0 \cdot 5^1$
   b) $3^3: 9 - 2007^0$
   c) $(2^3 - 1)^{50}: 7^{49}$
   d) $4^{50}: 8^{33} + (3^3 - 3^2 - 3)^0$
3. Să se compare numerele:
   a) 16^{13} și 8^{17}
   b) 5^{200} și 2^{500}
4. Să se afle ultima cifră a numărului $2^{101} + 5^{102} + 3^{103}$.
5. Să se scrie ca produs de puteri:
   a) $(2 \cdot 3)^7$
   b) $(2^2 \cdot 3^5)^8$
   c) $(2 \cdot 3 \cdot 5^2)^7$
6. Aflați x pentru care:
   a) $2^{x+3} = 2^{31}$
   b) $3^{x-1} = 81^3$

**

1. Să se afle restul împărțirii numărului $23^{23} + 37^{37}$ la 5.
2. Să se afle numerele naturale care împărțite la 10 dau câtul 5 și restul o putere a lui 3.
3. Calculați $2^1 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot \ldots \cdot 2^{100}: 32^{1010}$.
4. Aflați x știind că $2^x + 3 \cdot 2^{x+1} = 28$.
5. Să se afle restul împărțirii numărului $A = 1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{100}$ la 7.
6. Calculați $[3^{2011}: 9^{1005} + (2 \cdot 5^2)^{10}: (2^2 \cdot 5^4)^5]: 2^2 \cdot 3 - 3$.

***

1. Să se afle ultimele 241 de cifre ale numărului $6^{101} \cdot 15^{240} \cdot 28^{70}$.
2. Să se arate că numărul $A = 100 \cdot 8^{2n+1} - 4^{3n} \cdot 71$ este atât pătrat perfect cât și cub perfect.

Testul 5

*

1. Calculați:
   a) $12^{36} : 12^{34} - 3^1 \cdot 3^2 + 2^3$
   b) $2^3 \cdot 3^2 + 25^0 \cdot 11^2 - 4^0$
   c) $(3^6)^8 : 9^{24}$
2. Calculați ultima cifră a numărului $a = 3^{61} \cdot 4^{72}$
3. Arătați că următoarele numere sunt pătrate perfecte:
   a) 4^{75}
   b) 9^{27}
   c) 2^{18}
4. Ordonați crescător numerele: $9^{33}, 3^{52}, 27^{19}$.
5. Câte pătrate perfecte se găsesc între 100 și 1000?
6. Arătați că numărul $1 + 3 + 5 + \cdots + 2015$ este pătrat perfect.

**

1. Calculați $2^{101} : [(3 \cdot 5 - 13)^{98} + 2^{105} : (2^3 \cdot 16) + 8^{33}] \cdot 23$.
2. Comparați $a = 3^{2015} - 3^{2014} - 3^{2012}$ și $b = 2^{2017} - 2^{2016} + 2^{2012}$.
3. Arătați că numărul $3^{2015} + 3^{2014} + 3^{2013}$ se împarte exact la 13.
4. Arătați că numărul $(5^{62} + 5^{61} + 5^{60}) \cdot 961$ este cub perfect.
5. Calculați $1 + 2 + 2^2 + \cdots + 2^{2015}$.
6. Arătați că $5^2 = 3^2 + 4^2$ și apoi arătați că 5^{200} se poate scrie ca o sumă de două pătrate perfecte.

***

1. Determinați ultimele două cifre ale sumei $S = 7 + 7^2 + 7^3 + \cdots + 7^{2013}$.
2. Determinați restul împărțirii numărului $21^{2014} - 101$ la numărul 147.

Testul 6

*

1. Calculați:
   a) $7^{321}:7^{319}$
   b) $(2^3)^2 \cdot 2^7 : 8^4$
   c) $5 \cdot (5^4 : 5^3)^2$.
2. Calculați:
   a) $3^2+14^0-2^7:2^5-6$
   b) $(5-5:5+5^5:5^5-5)\cdot 5^{30}$
   c) $10-9:[16-(2\cdot 3+3^2-2^3)]$
   d) $[(9^3 \cdot 3^2)^4 \cdot 3^2 \cdot 3^5]^2 : 27^{26}$
3. Să se compare numerele:
   a) 9^{27} și 27^{18}
   b) 5^{24} și 7^{16}.
4. Să se afle ultima cifră a numărului $n=125^{100}+49^{81}+37^{102}$.
5. Aflați $x \in \mathbb{N}$ pentru care:
   a) $3^{x+1} = 27$
   b) $x^2 + 3 = 12$.
6. Calculați folosind factorul comun:
   a) $2^3 + 2^4 + 2^5$
   b) $2^n + 2^{n+1} + 2^{n+2} + 2^{n+3}$

**

1. Să se demonstreze că numărul $a = (1 + 2 + 3 + \ldots + 99) \cdot 2 + 100$ este pătrat perfect.
2. Să se arate că numerele x și y sunt egale, unde:
   $x = 3\cdot(1+4+4^2+\ldots+4^{50})$, $y = 1+2+2^2+\ldots+2^{101}$.
3. Calculați $\left\{\left[\left(2^{5^{1^0}} + 9^{0^{5^2}} + 7^{1^{3^5}}\right) : 5^{6^{0^3}}\right] : (2^{1999} : 2^{1996})\right\}^{2016}$.
4. Să se afle x din $3^{x+2} + 3^{x+1} - 3^x = 99$.
5. Să se afle restul împărțirii numărului $A = 1+3+3^2+\ldots+3^{2015}$ la 9.
6. Aflați n din egalitatea $2+2^2+2^3+\ldots+2^n=2^{2015}-2$.

***

1. Se consideră numerele $a = 2^7\cdot 3^4\cdot 5^{12}$ și $b = 2^{30}\cdot 3^5\cdot 5^{21}$.
   a) În câte zerouri se termină numărul $a \cdot b$?
   b) Care este ultima cifră nenulă a numărului $a \cdot b$?
2. Scrieți numărul 12^{2017} ca suma dintre un pătrat perfect și un cub perfect.

Indicații și răspunsuri

Testul 1

*

1.a) 207; b) 270; c) 395; **2.** 798; **3.** 231; **4.** 13; **5.** 237; **6.** 378

**

1.109; **2.** 1007^{2}; **3.** 5; **4.** 3860; **5.** 151,252,353,454,555; **6.** 1008

***

1. Suma numerelor scrise inițial pe tablă este impară. La fiecare pas suma numerelor de pe tablă are paritate diferită fată de suma anterioară. După 36 de pași, pe tablă rămâne un număr impar.
2. Presupunem că toate numerele sunt impare. Suma lor în acest caz este cel puțin egală cu 100. Contradicție. Presupunem că un singur număr este impar. Atunci suma lor este impară. Contradicție. Deci cel puțin două numere sunt impare.

Testul 2

*

1.a) 144; b)264; c) 467; **2**. 15; **3** .450; **4**. 8001; **5**. 136, 163, 316, 361, 613, 631; **6**. 10;

**

1. 93; **2**. 30; **3**. 129,265,512,1026; **4**. 65,28; **5**. R=2C, C<7, 0, 17, 34, 51, 68, 85, 102; **6**.2010;

***

1. a)403; b)2325; c) 795;
2. $99a = 40b + 4c, a = 4$ sau $a = 8$. Convine $a = 4$. Deci numărul este 499;

Testul 3

*

1. a) 340; b)2; c) 45; **2**. 300; **3** . 10; **4**. 2550; **5**. a)9,17,21; b)12,6; **6**. 195,209;

**

1. . 222; **2**. dacă $x \in \{1,2,3\}$ atunci $\overline{4x91} > \overline{x491}$; dacă $x = 4$ atunci $\overline{4x91} = \overline{x491}$; daca $x \in \{5,6,7,8,9\}$atunci $\overline{4x91} < \overline{x491}$; **3.** 80, 40, 20; **4**. 3; **5**. 6; **6**. 2006;

***

1. $(1 + 2 + 3 + 4) + (9 + 10 + 11 + 12) + \ldots\ldots + (2009 + 2010 + 2011 + 2012) = 10 + (10 + 32) + (10 + 2 \cdot 32) + \ldots + (10 + 251 \cdot 32) = 21014552.$

2. cutiile=zilele anului(365), obiectele=elevii

Principiul cutiei $\left[\frac{731}{365}\right] + 1 = 3$ elevi vor fi născuți în aceeași zi a anului.

Testul 4

*

1.a) 4; b) 2; c) 2; **2.** a) 13; b) 2; c) 7 d) 3; **3.** a) $16^{13} > 8^{17}$; b) $5^{200} < 2^{500}$; **4.** 4; **5.** a) $2^7 \cdot 3^7$; b) $2^{16} \cdot 3^{40}$; c) $2^7 \cdot 3^7 \cdot 5^{14}$; **6.** a) 28; b) 13.

**

1. 4; **2.** 51,53,59; **3.** 1; **4.** 2; **5.** 3; **6.** 0.

***

1. $6^{101} \cdot 15^{240} \cdot 28^{70} = 2^{101} \cdot 3^{101} \cdot 3^{240} \cdot 5^{240} \cdot 2^{140} \cdot 7^{70} = 2^{241} \cdot 5^{240} \cdot 3^{341} \cdot 7^{70} = 10^{240} \cdot 2 \cdot 3^{341} \cdot 7^{70}$.

$u(2 \cdot 3^{341} \cdot 7^{70}) = u\left(2 \cdot u(3^{341}) \cdot u(7^{70})\right)$

$= u(2 \cdot 3 \cdot 9) = 4$

Deci ultimele 241 de cifre sunt $4\underbrace{000 \ldots 0}_{240\ zerouri}$

2. $A = 100 \cdot 8 \cdot 8^{2n} - 4^{3n} \cdot 71 = 800 \cdot 2^{6n} - 71 \cdot 2^{6n} = 729 \cdot 2^{6n}$

$A = (27 \cdot 2^{3n})^2 =$ pătrat perfect $A = (9 \cdot 2^{2n})^3$ cub perfect

Testul 5

*

1. a) 125; b) 192; c) 1 ; **2.** 8 ; **3.** a) $(2^{75})^2$; b) $(3^{27})^2$; c) $(2^9)^2$; **4.** $3^{52}, 27^{19}, 9^{33}$; **5.** 21; **6.** 1008^2;

**

1. 46; **2.** $a > b$; **3.** $3^{2013} \cdot 13$; **4.** $(5^{20} \cdot 31)^3$; **5.** $2^{2016} - 1$; **6.** $5^{200} = 5^{198} \cdot 5^2 = (5^{99} \cdot 3)^2 + (5^{99} \cdot 4)^2$;

***

1. Cum $7 + 7^2 + 7^3 + 7^4 = 2800$, $U_2(S) = U_2\left(2800 \cdot (7 + 7^5 + 7^9 + \cdots 7^{2009}) + 7\right) = 07$;

2. $21^{2014} - 101 = 21^{2012} \cdot 3 \cdot 147 - 147 + 36 = 147 \cdot (3 \cdot 21^{2012} - 1) + 36$. Restul este 36;

Testul 6

*

1. a) 49; b) 2; c) 125; **2.** a) 0; b) 0; c) 9; d) 1; **3.** . a) $9^{27} = 27^{18}$; b) $5^{24} > 7^{16}$ **4.** 3; **5.** a) 2; b) 3 **6.** a) $2^3 \cdot 7$ b) $2^n \cdot 15$;

**

1. $a = 100^2$; **2.** $x = y = 2^{102} - 1$; **3.** . 1; **4.** 2; **5.** 4; **6.** 2014

***

1. $12^{2017} = 12 \cdot 12^{2016} = 4 \cdot 12^{2016} + 8 \cdot 12^{2016} = (2 \cdot 12^{1008})^2 + (2 \cdot 12^{672})^3$

2.

a) $a \cdot b = 2^{37} \cdot 3^9 \cdot 5^{33} = 10^{33} \cdot 2^4 \cdot 3^9 \Rightarrow$ ultimele 33 cifre sunt 0.

b) Ultima cifră nenulă este $u(2^4 \cdot 3^9) = 8$