



# OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

## ETAPA JUDEȚEANĂ 16.03.2024

### CLASA a VIII-a

#### Problema 1. (7 puncte)

- a) Arătați că  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ , pentru orice  $a, b$ , numere reale nenule, pozitive.
- b) Demonstrați că  $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}} > 6$ .

#### Problema 2. (7 puncte)

Se consideră expresia :  $E(x) = \left( \frac{x-6}{x^2-25} + \frac{x}{5-x} - \frac{2x}{x^2+4x-5} : \frac{x^2+x}{1-x^2} + \frac{x^2-x-2}{x^2+6x+5} \right) : \frac{(3x+2)(x-1)}{x^2-25}$ ,

unde  $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -5; -\frac{2}{3}; -1; 0; 1; 5 \right\}$

- a) Arătați că  $E(x) = -\frac{3}{x-1}$ .
- b) Arătați ca suma soluțiilor întregi ale inecuației  $\left| \frac{3}{E(x)} \right| \leq 5$  este număr natural par.

#### Problema 3. (7 puncte)

Fie pătratul  $ABCD$  cu latura de  $8 \text{ cm}$ , punctele  $E, F, G, H$  aparțin laturilor  $AB, BC, CD$  respectiv  $DA$  astfel încât  $AE = BF = CG = DH = \frac{3}{4} \cdot AB$ . Pe planul pătratului se ridică perpendiculara  $AQ = 4,8 \text{ cm}$ .

- a) Arătați că  $EFGH$  este pătrat.
- b) Arătați că  $AF \perp GB$ .
- c) Determinați distanța de la punctul  $Q$  la dreapta  $BG$ .

#### Problema 4. (7 puncte)

Prisma triunghiulară regulată  $ABCA'B'C'$  are înălțimea egală cu  $8\sqrt{3} \text{ cm}$  și aria triunghiului  $\Delta OAB$  egală cu  $16\sqrt{3} \text{ cm}^2$ , unde  $\{O\} = BA' \cap AB'$ .

- a) Arătați că latura bazei este egală  $8 \text{ cm}$ .
- b) Arătați că  $OE \parallel (ABC)$ , unde  $E$  este mijlocul lui  $CC'$ .
- c) Determinați măsura unghiului format de planele  $(BA'E)$  și  $(ABC)$ .

*Subiectele au fost - propuse de prof: Elena Măgdaș, Școala Gimnazială "Horea" Cluj-Napoca  
prof: Ioana Ludușan, Colegiul Național "Gheorghe Șincai" Cluj-Napoca  
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda*

**Toate subiectele sunt obligatorii.**

**Timp efectiv de lucru - 2 ore.**

**„Binele ce-l faci la oarecine, și-l întoarce vremea care vine”  
Anton Pann**

**Succes!**