



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ 16.03.2024

CLASA a VIII-a

Acest concurs este susținut de către

RCS & RDS

1. Tétel (7 pont)

- a) Mutassátok ki, hogy $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$, bármely a, b , nullától különböző, pozitív valós szám esetén.
- b) Bizonyítsátok be, hogy $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}} + \frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}} > 6$.

2. Tétel (7 pont)

Adott a következő kifejezés: $E(x) = \left(\frac{x-6}{x^2-25} + \frac{x}{5-x} - \frac{2x}{x^2+4x-5} : \frac{x^2+x}{1-x^2} + \frac{x^2-x-2}{x^2+6x+5} \right) : \frac{(3x+2)(x-1)}{x^2-25}$, ahol $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -5; -\frac{2}{3}; -1; 0; 1; 5 \right\}$

a) Mutassátok ki, hogy $E(x) = -\frac{3}{x-1}$.

- b) Bizonyítsátok be, hogy az $\left| \frac{3}{E(x)} \right| \leq 5$ egyenlőtlenség egész számú megoldásainak az összege páros természetes szám.

3. Tétel (7 pont)

Adott egy 8 cm oldalhosszúságú ABCD négyzet. Az E, F, G, H pontok az AB, BC, CD illetve DA oldalakon helyezkednek el úgy, hogy $AE = BF = CG = DH = \frac{3}{4} \cdot AB$. A négyzet síkjára megszerkesztjük az AQ=4,8 cm hosszúságú merőleget.

- a) Mutassátok ki, hogy az EFGH négyzet.
- b) Mutassátok ki, hogy $AF \perp GB$.
- c) Határozzátok meg a Q pont és a BG egyenes közti távolságot.

4. Tétel (7 pont)

Az ABCA'B'C' háromoldalú egyenes hasáb magassága $8\sqrt{3}$ cm és az OABΔ területe $16\sqrt{3}$ cm², ahol {O} = BA' ∩ AB'.

- a) Bizonyítsátok be, hogy az alapél hossza 8 cm.
- b) Bizonyítsátok be, hogy OE ∥ (ABC), ahol E a CC' felezőpontja.
- c) Határozzátok meg a (BA'E) és (ABC) síkok által alkotott szög mértékét.

Subiectele au fost – propuse de prof: Elena Măgdaș, Școala Gimnazială "Horea" Cluj-Napoca
prof: Ioana Ludușan, Colegiul Național "Gheorghe Șincai" Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Munkaidő: 2 óra.

Minden feladat kötelező.

„Binele ce-l faci la oarecine, și-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Succes!