



OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA

ETAPA JUDEȚEANĂ 7.03.2020

CLASA a VIII-a

1. Tétel (7 pont)

Adottak az $a = \sqrt{\frac{11-4\sqrt{7}}{3}}$ és $b = \sqrt{\frac{11+4\sqrt{7}}{3}}$ számok.

- Számítsátok ki $a \cdot b$.
- Mutassátok ki, hogy $a^2 + b^2 \geq 2$.

2. Tétel (7 pont)

Adottak a következő kifejezések: $E(x) = \frac{4x^2}{(x+1)^2 - (x-1)^2}$, $\forall x \in \mathbb{R} - \{0\}$ és

$$F(x) = \frac{x^3 + x}{x^3 - x^2 + x - 1} : \left(\frac{4}{x-1} + \frac{5+x}{1-x^2} - \frac{2x+10}{x^2+6x+5} \right), \forall x \in \mathbb{R} - \{-1, 1, -5\}.$$

- Hozzátok az $E(x)$ kifejezést a legegyszerűbb alakra.
- Mutassátok ki, hogy $F(x) = x$.
- Ha $A(x) = F(x) + E(x)$, akkor mutassátok ki, hogy $A(n) + A(n^2)$ osztható 4-gyel.

3. Tétel (7 pont)

Adott az $ABCDEFGH$ derékszögű paralelipipedon, ahol $AB = 12 \text{ cm}$, $BC = 6 \text{ cm}$, $AE = 3\sqrt{6} \text{ cm}$, M, N, P az AB, BC , illetve BF oldalak felezőpontjai és O az $ABCD$ alap középpontja

- Határozzátok meg az OM és HC egyenesek által alkotott szög mértékét.
- Mutassátok ki, hogy az (MNP) és (ACF) síkok párhuzamosak.
- Határozzátok meg az (EMD) és (ABC) síkok által alkotott szög mértékét.

4. Tétel (7 pont)

Legyen $VABC$ egy szabályos háromoldalú gúla, ahol $VO \perp (ABC)$ és $AB = 24 \text{ cm}$. Tudjuk, hogy a gúla oldaléle és az alap síkja által alkotott szög tangense $\sqrt{2}$.

- Mutassátok ki, hogy $VO = 8\sqrt{6} \text{ cm}$.
- Mutassátok ki, hogy $AV \perp BC$.
- A gúla VO magasságán felvesszük a T ($T \in (VO)$) pontot úgy, hogy az $ATVA$, AV alapú, egyenlő szárú háromszög legyen. Határozzátok meg a VT szakasz hosszát.

Subiectele au fost – propuse de prof: Elena Măgdaș, Școala Gimnazială "Horea" Cluj-Napoca
prof: Ioana Ludușan, Colegiul Național "Gheorghe Șincai" Cluj-Napoca
- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda

Minden tétel kötelező.

Munkaidő – 2 óra.

„Binele ce-l faci la oarecine, și-l întoarce vremea care vine”

Anton Pann

Succes!