

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA
BAREM CORECTARE - ETAPA JUDEȚEANĂ
CLASA a VIII-a 9.03.2019

Problema 1. (7 puncte)

Fie numerele $a = \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{15}} + \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{35}} + \frac{\sqrt{9}-\sqrt{7}}{\sqrt{63}}$ și $b = \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{74 \cdot 75}$

Comparați numerele a și b .

Soluție.

$a = \frac{2}{3}$ (3p)

$b = \frac{24}{75}$ (3p)

$a > b$ (1p)

Problema 2. (7 puncte)

Fie expresia $E(x) = \left(\frac{1}{x-5} + \frac{x}{25-x^2} + \frac{3}{x+5} \right) \cdot \frac{x^3+6x^2+5x}{3x^2-7x-10}$, $\forall x \in \mathbb{R} - \left\{ -5, -1, \frac{10}{3}, 5 \right\}$.

a) Arătați că $3x^2 - 7x - 10 = (3x - 10)(x + 1)$ și $x^3 + 6x^2 + 5x = x(x + 5)(x + 1)$

b) Arătați că $E(x) = \frac{x}{x-5}$

c) Determinați valorile întregi ale lui x pentru care $E(x) \in \mathbb{Z}$.

Soluție.

a) Demonstrația cerinței.....(2p)

b) $E(x) = \frac{x+5-x+3(x-5)}{(x-5)(x+5)} \cdot \frac{x(x+5)(x+1)}{(3x-10)(x+1)} = \frac{x}{x-5}$(3p)

c) $\left. \begin{matrix} x - 5 / x \\ x - 5 / x - 5 \end{matrix} \right\} \Rightarrow x - 5 \in D_5 \Rightarrow x \in \{0, 4, 6, 10\}$(2p)

Problema 3.(7 puncte)

Fie cubul $ABCDEFGH$ cu latura de lungime 8 cm, M mijlocul muchiei BC și O centrul feței $ADHE$.

a) Determinați lungimea segmentului HM .

b) Determinați cea mai mare distanță între două puncte ale cubului.

c) Calculați aria triunghiului ΔBOG .

Soluție.

Desen corect.....(1p)

a) $DM = 4\sqrt{5}$ cm ; $HM = 12$ cm.....(2p)

b) Identificarea celei mai mari distanțe; Diagonala = $8\sqrt{3}$ cm.....(2p)

c) $BO = 4\sqrt{6}$ cm ; ΔBOG isoscel, $BG = 8\sqrt{2}$ cm.....(1p)

$h_{\Delta BOG} = 8$ cm, $A_{\Delta BOG} = 32\sqrt{2}$ cm².....(1p)

Problema 4. (7 puncte)

Fie triunghiul isoscel ΔABC având $AB = AC = 24$ cm, $BC = 24\sqrt{3}$ cm. Îndoim triunghiul după înălțimea AD astfel încât planele (ABD) , (ADC) să fie perpendiculare.

a) Determinați lungimea lui BC după îndoire.

b) Distanța de la D la planul (ABC) .

c) Arătați că $tg \sphericalangle [(CAB), (DAB)] = 2$

Soluție.

Desen corect.....(1p)

a) $BC = 12\sqrt{6}$ cm(2p)

b) Construirea perpendicularei DE din D pe , Determinarea lungimii lui $DE = 6\sqrt{3}$ cm.....(1p)

Aplicarea teoremei celor 3 perpendiculare și determinarea distanței $CE = 6\sqrt{15}$ cm

Aplicarea reciprocei teoremei celor 3 perpendiculare , distanța este $\frac{12\sqrt{15}}{5}$(1p)

c) Identificarea unghiului(1p)

$tg \sphericalangle [(CAB), (DAB)] = \frac{CD}{DE} = \frac{12\sqrt{3}}{6\sqrt{3}} = 2$(1p)

„Binele ce-l faci la oarecine, și-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Felicitări!