

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA
BAREM CORECTARE - ETAPA JUDEȚEANĂ
CLASA a VI-a 9.03.2019

Problema 1. (7 puncte)

Se consideră numerele $a = 2 \cdot n + 5$ și $b = 5 \cdot n + 12$, $n \in \mathbb{N}$. Arătați că $[a; b] = a \cdot b$, unde prin $[a; b]$ am notat c.m.m.m.c. al numerelor a și b .

Soluție.

- $[a; b] \cdot (a; b) = a \cdot b$(2p)
 Pentru ca $[a; b] = a \cdot b$, trebuie să arătăm că $(a; b) = 1$, adică a și b sunt prime între ele.....(2p)
 Presupunem că a și b nu sunt prime între ele \Rightarrow există $d \neq 1$ astfel încât $d|a$ și $d|b$(1p)
 $d|5 \cdot (2 \cdot n + 5) - 2 \cdot (5 \cdot n + 12) = 1 \Rightarrow d = 1$(1p)
 Contradicție cu $d \neq 1$, deci presupunerea făcută este falsă. În concluzie, $(a; b) = 1$(1p)

Problema 2. (7 puncte)

Acum 5 ani, vârstele lui Sandală, Pantof și Adidas erau direct proporționale cu numerele 2,3 și 5. Peste 5 ani vârstele lui Pantof și Adidas vor fi invers proporționale cu 25 și 19. Aflați vârstele celor trei.

Soluție. Fie S , P și A vârstele celor trei.

- $\frac{S-5}{2} = \frac{P-5}{3} = \frac{A-5}{5} = k$ (1p)
 $S = 2 \cdot k + 5; P = 3 \cdot k + 5; A = 5 \cdot k + 5$ (1p)
 $25 \cdot (P + 5) = 19 \cdot (A + 5)$ (2p)
 $k = 3$ (2p)
 $S = 11$ ani; $P = 14$ ani; $A = 20$ ani(1p)

Problema 3.(7 puncte)

Fie unghiul propriu $\sphericalangle AOB$, $[OD$ și $[OE$ două semidrepte situate în interiorul acestui unghi, punctul D este în interiorul unghiului $\sphericalangle AOE$. Demonstrați că $\sphericalangle AOD \equiv \sphericalangle BOE$ dacă și numai dacă $\sphericalangle DOE$ și $\sphericalangle AOB$ au aceeași bisectoare.

Soluție.

- Desen corect.....(1p)
 $" \Rightarrow "$ fie (OM bisectoarea $\sphericalangle DOE$; $m(\sphericalangle DOM) = m(\sphericalangle EOM) = x$ și $m(\sphericalangle AOD) = m(\sphericalangle BOE) = y$
 $m(\sphericalangle AOM) = m(\sphericalangle BOM) = x + y \Rightarrow$ (OM este bisectoarea $\sphericalangle AOB$(3p)
 $" \Leftarrow "$ (OM bisectoarea $\sphericalangle DOE$ și (OM bisectoarea $\sphericalangle AOB \Rightarrow \sphericalangle AOM \equiv \sphericalangle BOM$ și $\sphericalangle DOM \equiv \sphericalangle EOM$(1p)
 $m(\sphericalangle AOD) = m(\sphericalangle AOM) - m(\sphericalangle DOM)$ și $m(\sphericalangle BOE) = m(\sphericalangle BOM) - m(\sphericalangle EOM) \Rightarrow$
 $m(\sphericalangle AOD) = m(\sphericalangle BOE) \Rightarrow \sphericalangle AOD \equiv \sphericalangle BOE$(2p)

Problema 4. (7 puncte)

Se consideră unghiurile $\sphericalangle AOB$, $\sphericalangle BOC$ și $\sphericalangle BOD$ astfel încât $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ sunt adiacente suplementare, iar $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOD$ sunt neadiacente complementare. Dacă $m(\sphericalangle COD) = 135^\circ$, determinați măsura unghiului $\sphericalangle AOB$.

Soluție.

- Desen corect.....(1p)
 Fie $a = m(\sphericalangle AOB)$, $b = m(\sphericalangle BOD)$.
 Atunci $a + b = 90^\circ$(2p)
 $a - b = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$ (3p)
 $a = m(\sphericalangle AOB) = 67^\circ 30'$(1p)

„Binele ce-l faci la oarecine, și-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Felicitări!