

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

Clasa a XII –a

1.FELADAT

Számítsátok ki:
$$\int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} \frac{x}{\cos x} \cdot dx$$

2. FELADAT

Az $m, n \in \mathbb{N}^*$ Jelöljük:
$$I_{m,n} = \int_0^1 x^m \operatorname{tg}^n x dx.$$

Számítsátok ki $\lim_{m \rightarrow \infty} I_{m,2020}$ és $\lim_{n \rightarrow \infty} I_{1,n}$.

3. FELADAT

Legyenek H_1, H_2, H_3 , a (\mathbb{C}^*, \cdot) részcsoportjai, amelyeknek rendre m, n illetve p eleme van, ahol $(m,n) = 1$, $(n,p) = 1$ és $(m,p) = 1$. Határozzátok meg a $H_1 \cup H_2 \cup H_3$ halmaz elemeinek számát.

4. FELADAT

Legyen A egy gyűrű, $a, b \in A$, melyekre teljesül, hogy $a^2 + b^2 = ab$.

Mutassátok ki, hogy $(ab)^2 = b^2 a^2$ és $(ba)^2 = a^2 b^2$.

Megjegyzés:

¹ Munkaidő 3 óra;

² Minden feladat kötelező;

³ Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak;