



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

Clasa a IX –a

1. FELADAT

Határozzátok meg azokat az $f: N^* \rightarrow R$ függvényeket, amelyek rendelkeznek a következő tulajdonsággal:

$$f(1) + 2 \cdot f(2) + 3 \cdot f(3) + \dots + n \cdot f(n) = f(n+1) - 1, \forall n \in N^*$$

2. FELADAT

Oldjátok meg a következő egyenletet az \mathbb{R} -en:

$$\sqrt{x^2 + 31x} + \sqrt{x + 31} = x + \sqrt{x} + 8$$

3. FELADAT

Tekintsük az $ABCD$ rombuszt és az $M \in (AB), N \in (BC), P \in (CD)$ pontokat. Mutassátok ki, hogy az MNP háromszög súlypontja akkor és csakis akkor van rajta az AC egyenesen, ha $AM + DP = BN$.

4. FELADAT

1. Adottak az $x, y, z > 0$ számok, amelyekre $x + y + z = 2$.

a) Bizonyítsátok be, hogy $\frac{x-y}{xy+2z} + \frac{y-z}{yz+2x} + \frac{z-x}{zx+2y} = 0$.

b) Bizonyítsátok be, hogy $\frac{x}{xy+2z} + \frac{y}{yz+2x} + \frac{z}{zx+2y} \geq \frac{9}{8}$.

Megjegyzés:

¹ Munkaidő 3 óra;

² Minden feladat kötelező;

³ Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak;