OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

Clasa a IX –a

**1. FELADAT**

Határozzátok meg azokat az$f:N^{\*}\rightarrow R $függvényeket, amelyek rendelkeznek a következő tulajdonsággal:

$$f\left(1\right)+2∙f\left(2\right)+3∙f\left(3\right)+…+n∙f\left(n\right)=f\left(n+1\right)-1, ∀ n\in N^{\*}$$

**2. FELADAT**

Oldjátok meg a következő egyenletet az $R$-en:

$$\sqrt{x^{2}+31x}+ \sqrt{x+31} =x+ \sqrt{x}+8$$

**3. FELADAT**

Tekintsük az *ABCD* rombusztés az $M \in \left(AB\right), N \in \left(BC\right), P \in \left(CD\right)$ pontokat. Mutassátok ki, hogy az *MNP* háromszög súlypontja akkor és csakis akkor van rajta az *AC* egyenesen, ha *AM + DP = BN.*

**4. FELADAT**

1. Adottak az $ x,y,z>0$ számok, amelyekre $x+y+z=2$.
2. Bizonyítsátok be, hogy $\frac{x-y}{xy+2z}+\frac{y-z}{yz+2x}+\frac{z-x}{zx+2y}=0.$
3. Bizonyítsátok be, hogy $\frac{x}{xy+2z}+\frac{y}{yz+2x}+\frac{z}{zx+2y}\geq \frac{9}{8}$.