



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

Clasa a VIII –a

1.FELADAT

Legyen $ABCD$ egy szabályos tetraéder, melynek oldaléle 10 cm. Legyen M az $[AD]$ él felezőpontja, N a $[BC]$ él felezőpontja és P a $[DN]$ szakasz felezőpontja. Határozzátok meg:

- Az MP egyenes és az (ABC) sík kölcsönös helyzetét;
- Az MN és BC egyenesek által bezárt szög mértékét;
- A C pont (ABD) síktól való távolságát.

2. FELADAT

Oldjátok meg \mathbb{Z} -n a következő egyenletet:

$$7x^2 + 8x + 1 = 4^{2x}$$

3. FELADAT

Adottak az $x, y, z > 0$, 3-tól különböző valós számok. Ha $x + y + z = 3$, mutassátok ki, hogy az

$$F(x, y, z) = \frac{x-y}{xy+3z} + \frac{y-z}{yz+3x} + \frac{z-x}{zx+3y}$$
 kifejezés egy állandó.

4. FELADAT

Egy kocka minden sarkába egy-egy gyümölcs van helyezve. A gyümölcs lehet babán, narancs vagy alma. Egy „tál” alatt egy tetszőleges síkot értünk, amely tartalmazza a kocka 4 sarkát. Állapítsátok meg, hogy létezik-e egy olyan elosztása a gyümölcsöknek, hogy minden tál tartalmazza mind a 3 gyümölcsfajtaát. Indokoljátok meg a választ.

Megjegyzés:

¹ Munkaidő 3 óra;

² Minden feladat kötelező;

³ Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak;