



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

Clasa a VI –a

1. FELADAT

Az O pont köré felvesszük a következő szöveget: BOC, COD, DOA és AOB.

Tudva, hogy a COD és a DOA szögek szögfelezői által alkotott szög mértéke 95° , a COD szög mértéke két harmada az AOD szög mértékének és az AOB szög pót-szöge egyenlő a BOC szög kiegészítő szögével, határozzátok meg a COD, DOA, AOB és BOC szögek mértékét.

2. FELADAT

- Adott az $n = 2020^3$ természetes szám.
 - Bontsátok fel az n számot törzstényezőik szorzatára.
 - Mutassátok ki, hogy az n szám osztói közül bárhogyan választunk ki 9 természetes számot, lesz köztük kettő, melyek szorzata teljes négyzet.
 - Határozzátok meg a legkisebb nullától különböző m természetes számot úgy, hogy akárhogyan választanánk ki m darabot az n osztói közül, lesz köztük olyan, melyek szorzata nem teljes négyzet.

3. FELADAT

Adottak a következő halmazok $A = \{ 3p+2 \mid p \in \mathbb{N} \}$, $B = \{ 5k+4 \mid k \in \mathbb{N} \}$ és $C = \{ 15m+14 \mid m \in \mathbb{N} \}$.

- Ellenőrizték, hogy a 14 és a 29 számok hozzátartoznak-e az $A \cap B$ halmazhoz.
- Mutassátok ki, hogy $A \cap B = C$.
- Határozzátok meg, hogy hány olyan x szám van, amely teljesíti az $x \in C$ és $500 \leq x \leq 1000$ feltételeket.

4. FELADAT

Adottak a következő szigorúan pozitív, különböző számok x_1, x_2, \dots, x_{63} úgy, hogy

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_{63}} > 6.$$

Mutassátok ki, hogy az adott számok közül legalább egy, nem természetes szám.

Megjegyzés:

¹ Munkaidő 2 óra;

² Minden feladat kötelező;

³ Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak;