



CONCURSUL NAȚIONAL DE
MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Etapă locală, 1 februarie 2020
Clasa a XI-a

1. FELADAT

Adott az $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{16x^2 + 1} + 4x - 5$ függvény.

a) Számítsátok ki $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$;

b) Határozzátok meg, hány aszimptótája van az f függvény grafikus képének.

2. FELADAT

Adott az $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ mátrix és $C(A) = \{X \in M_3(\mathbb{R}) \mid A \cdot X = X \cdot A\}$ halmaz.

a) Mutassátok ki, hogy a $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix hozzátartozik a $C(A)$ halmazhoz.

b) Ha az X mátrix eleme a $C(A)$ halmaznak, akkor igazoljátok, hogy X alakja $\begin{pmatrix} a & 0 & c \\ 0 & b & 0 \\ 3c & 0 & a \end{pmatrix}$.

c) Ha az Y mátrix eleme a $C(A)$ halmaznak és $Y^2 = O_3$, akkor igazoljátok, hogy $Y = O_3$.

3. FELADAT

Számítsátok ki $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + x + x^2 + \dots + x^n - (n+1)}{x-1}$, $n \in \mathbb{N}^*$.

4. FELADAT

Adottak az $A(4, 4)$ és $B(10, 2)$ pontok. Határozzátok meg a $d: x - 2y + 4 = 0$ egyenes azon C pontjának koordinátáit, melyre az ABC háromszög területe 5.

Megjegyzés:

¹ Munkaidő 3 óra;

² Minden feladat kötelező;

³ Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak;