

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

Clasa a XII –a

PROBLEMA 1.

Să se calculeze $\int_{\frac{3\pi}{4}}^{\frac{5\pi}{4}} \frac{x}{\cos x} \cdot dx$

PROBLEMA 2.

Pentru $m, n \in \mathbb{N}^*$ notăm $I_{m,n} = \int_0^1 x^m \operatorname{tg}^n x dx$. Să se calculeze $\lim_{m \rightarrow \infty} I_{m,2020}$ și $\lim_{n \rightarrow \infty} I_{1,n}$.

PROBLEMA 3.

Considerăm H_1, H_2, H_3 subgrupuri ale lui (\mathbb{C}^*, \cdot) având m, n respectiv p elemente, unde $(m, n) = 1$, $(n, p) = 1$ și $(m, p) = 1$. Să se determine numărul elementelor mulțimii $H_1 \cup H_2 \cup H_3$.

PROBLEMA 4.

Fie A un inel și $a, b \in A$ cu proprietatea că $a^2 + b^2 = ab$. Să se arate că $(ab)^2 = b^2 a^2$ și $(ba)^2 = a^2 b^2$.

Notă:

¹Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;

²Toate problemele sunt obligatorii;

³Fiecare problemă se notează a de la 0 la 7;