OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

Clasa a XI –a

**PROBLEMA 1.**

$$Fie A\in M\_{n}\left(R^{\*}\right), n\in N impar$$

$$Dacă A∙A^{t}=I\_{n}, arătați că det\left(A^{2}-I\_{n}\right)=0, unde A^{t} este transpusa maticei A$$

**PROBLEMA 2.**

Se consideră șirul $\left(a\_{n}\right)\_{n\geq 1} cu a\_{1} \in \left(0,1\right) și a\_{n+1}= 2^{a\_{n}} -1 pentru n \geq 1.$ Să se calculeze:

$$a.) \lim\_{n\to \infty }a\_{n} b.) \lim\_{n\to \infty }\frac{a\_{n+1}}{a\_{n}}$$

**PROBLEMA 3.**

Determinați toate mulțimile $A= \left\{A,B,C\right\}$ cu proprietățile:

1. $A,B,C \in M\_{2}\left(R\right) nesingulare;$
2. $∀ X,Y \in A ⟹XY \in A$.

**PROBLEMA 4.**

Fie $f,g :\left[0,1\right] \rightarrow R$ două funcții monotone. Să se arate că există $c \in (0,1]$ astfel încât:

$$f\left(c\right)+g\left(c\right) \ne \sin(\frac{1}{c})$$