



## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

Clasa a IX –a

**PROBLEMA 1.**

Să se determine funcțiile  $f: N^* \rightarrow R$  cu proprietatea :

$$f(1) + 2 \cdot f(2) + 3 \cdot f(3) + \dots + n \cdot f(n) = f(n+1) - 1, \forall n \in N^*$$

**PROBLEMA 2.**

Să se rezolve în  $\mathbb{R}$  ecuația:

$$\sqrt{x^2 + 31x} + \sqrt{x + 31} = x + \sqrt{x} + 8$$

**PROBLEMA 3.**

Fie rombul  $ABCD$  și punctele  $M \in (AB)$ ,  $N \in (BC)$ ,  $P \in (CD)$ . Să se arate că centrul de greutate al triunghiului  $MNP$  aparține dreptei  $AC$  dacă și numai dacă  $AM + DP = BN$ .

**PROBLEMA 4.**

1. Se dau numerele  $x, y, z > 0$  pentru care  $x + y + z = 2$ .

a) Să se demonstreze că  $\frac{x-y}{xy+2z} + \frac{y-z}{yz+2x} + \frac{z-x}{zx+2y} = 0$ .

b) Să se demonstreze că  $\frac{x}{xy+2z} + \frac{y}{yz+2x} + \frac{z}{zx+2y} \geq \frac{9}{8}$ .

**Notă:**

<sup>1</sup>Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;

<sup>2</sup>Toate problemele sunt obligatorii;

<sup>3</sup>Fiecare problemă se notează a de la 0 la 7;