OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

Clasa a IX –a

**PROBLEMA 1.**

 *Să se determine funcțiile* $f:N^{\*}\rightarrow R $*cu proprietatea :*

$$f\left(1\right)+2∙f\left(2\right)+3∙f\left(3\right)+…+n∙f\left(n\right)=f\left(n+1\right)-1, ∀ n\in N^{\*}$$

**PROBLEMA 2.**

Să se rezolve în $R$ ecuația:

$$\sqrt{x^{2}+31x}+ \sqrt{x+31} =x+ \sqrt{x}+8$$

**PROBLEMA 3.**

Fie rombul *ABCD*  și punctele $M \in \left(AB\right), N \in \left(BC\right), P \in \left(CD\right).$ Să se arate că centrul de greutate al triunghiului *MNP* aparține dreptei *AC* dacă și numai dacă *AM + DP = BN.*

**PROBLEMA 4.**

1. Se dau numerele$ x,y,z>0$ pentru care $x+y+z=2$.
2. Să se demonstreze că $\frac{x-y}{xy+2z}+\frac{y-z}{yz+2x}+\frac{z-x}{zx+2y}=0.$
3. Să se demonstreze că $\frac{x}{xy+2z}+\frac{y}{yz+2x}+\frac{z}{zx+2y}\geq \frac{9}{8}$.