



## OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

Clasa a VIII –a

**PROBLEMA 1.**

Fie tetraedrul regulat  $ABCD$  cu lungimea muchiei de 10 cm. Fie  $M$  mijlocul muchiei  $[AD]$ ,  $N$  mijlocul muchiei  $[BC]$  și  $P$  mijlocul segmentului  $[DN]$ . Determinați:

- Poziția dreptei  $MP$  față de planul  $(ABC)$ ;
- Măsura unghiului format de dreptele  $MN$  și  $BC$ ;
- Distanța de la punctul  $C$  la planul  $(ABD)$ .

**PROBLEMA 2.**

Să se rezolve în  $\mathbb{Z}$  ecuația:

$$7x^2 + 8x + 1 = 4^{2x}$$

**PROBLEMA 3.**

Se dau numerele reale  $x, y, z > 0$ , diferite de 3. Dacă  $x + y + z = 3$  arătați că:

$$F(x, y, z) = \frac{x - y}{xy + 3z} + \frac{y - z}{yz + 3x} + \frac{z - x}{zx + 3y}$$

este constantă.

**PROBLEMA 4.**

În fiecare din vârfurile unui cub se pune câte un singur fruct. Fructul poate fi banană, portocală sau măr. Prin „platou” se înțelege orice plan care conține 4 dintre vârfurile cubului. Stabiliți dacă există o așezare a fructelor astfel încât fiecare platou să conțină toate cele 3 tipuri de fructe. Justificați răspunsul.

**Notă:**

<sup>1</sup> Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;

<sup>2</sup> Toate problemele sunt obligatorii;

<sup>3</sup> Fiecare problemă se notează a de la 0 la 7;