



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

Clasa a VI –a

PROBLEMA 1.

În jurul punctului O se formează unghiurile BOC , COD , DOA și AOB .

Știind că măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor COD și DOA este de 95^0 , măsura unghiului COD este două treimi din măsura unghiului AOD și suplementul unghiului AOB este egal cu complementul unghiului BOC , să se afle măsurile unghiurilor COD , DOA , AOB și BOC .

PROBLEMA 2.

1. Fie numărul $n = 2020^3$.
 - a) Să se descompună n în factori primi.
 - b) Să se demonstreze că oricum am alege 9 divizori naturali ai lui n , între ei există doi a căror produs este pătrat perfect.
 - c) Să se afle cel mai mic număr natural nenul m astfel încât oricum am alege m divizori ai numărului n între ei să existe doi a căror produs să nu fie pătrat perfect.

PROBLEMA 3.

Se consideră mulțimile $A = \{ 3p+2 \mid p \in \mathbb{N} \}$, $B = \{ 5k+4 \mid k \in \mathbb{N} \}$ și $C = \{ 15m+14 \mid m \in \mathbb{N} \}$.

- a) Verificați dacă numerele 14 și 29 aparțin mulțimii $A \cap B$.
- b) Arătați că $A \cap B = C$.
- c) Aflați câte numere x îndeplinesc condițiile $x \in C$ și $500 \leq x \leq 1000$.

PROBLEMA 4.

Se consideră numerele strict pozitive și distincte x_1, x_2, \dots, x_{63} astfel încât

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_{63}} > 6.$$

Arătați că cel puțin unul dintre aceste numere nu este natural.

Notă:

¹Timpul efectiv de lucru este de 2 ore;

²Toate problemele sunt obligatorii;

³Fiecare problemă se notează a de la 0 la 7;