OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

BAREM DE CORECTARE - Clasa a VII –a

PROBLEMA 1.

Punctul *D* este în interiorul triunghiului *ABC*, astfel încât unghiurile *BAC* și *BDC* sunt suplementare, (*BE* este bisectoarea $\sphericalangle ABD$ și (*CE* este bisectoarea $\sphericalangle ACD$.

Aflați $m(\sphericalangle BEC)$.

Soluție:

$m(\sphericalangle ABE) = m(\sphericalangle DBE) = a$

$m(\sphericalangle ACE) = m(\sphericalangle DCE) = b$

$m(\sphericalangle DBC) = x$; $m(\sphericalangle DCB) = y$

$\Longrightarrow x + y = m(\sphericalangle A)$ 3p

$2a + 2b + 2x + 2y = 180^0$

$\Longrightarrow a + b + x + y = 90^0$ 3p

$\Longrightarrow m(\sphericalangle E) = 90^0$ 1p

Notă:

---

[1]Fiecare corector acordă un număr întreg de puncte;
[2]Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător;

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

BAREM DE CORECTARE - Clasa a VII –a

PROBLEMA 2.

Fie $a \in \mathbb{N}, a \geq 2$ iar m și n divizori ai lui a cu m $<$ n.

Arătați că $\quad a \cdot (n-m) > m^2 \quad\quad (1)$

Soluție :

$a = m \cdot p$ *și* $a = n \cdot q \Rightarrow p > q \Rightarrow p-1 \geq q$ 2p

$(1) \Leftrightarrow m \cdot p(n-m) > m^2$

$\Leftrightarrow pn - pm > m$

$\Leftrightarrow pn > m\,(p+1)$

$\Leftrightarrow \dfrac{p}{p+1} > \dfrac{m}{n} \quad (2)$ 2p

$dar\ \dfrac{m}{n} = \dfrac{q}{p} \Rightarrow (2) \Leftrightarrow \dfrac{p}{p+1} > \dfrac{q}{p}$

$dar\ p-1 \geq q \Rightarrow \dfrac{p-1}{p} \geq \dfrac{q}{p}$ 2p

$dar\ \dfrac{p}{p+1} > \dfrac{p-1}{p} \Rightarrow \dfrac{p}{p+1} > \dfrac{q}{p} \Rightarrow (1)$ 1p

Notă:

---

[1]*Fiecare corector acordă un număr întreg de puncte;*
[2]*Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător;*

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

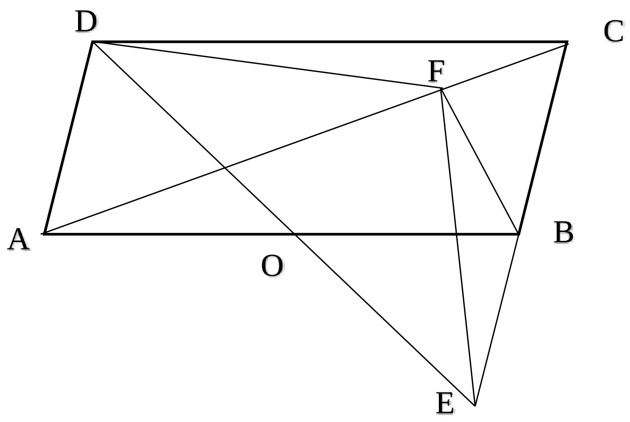
Etapa locală - 01. 02. 2020

BAREM DE CORECTARE - Clasa a VII –a

PROBLEMA 3.

Se consideră paralelogramul *ABCD*, *E* simetricul lui *C* față de *B* și $BF \perp AC,\ F \in AC$.
Știind că $DF \perp FE$ calculați $\dfrac{2DC+3DE}{5DC+DE}$

Soluție:



$ABCD\ paralelogram;\ AB \cap DE = \{O\}$ 1p

$OF = \frac{AB}{2}; OF = \frac{DE}{2} \Rightarrow\ AB = DE\ \Rightarrow ABCD\ dreptunghi$ 3p

$\Rightarrow DB \perp EC\ \Rightarrow DCE\ isoscel\ \Rightarrow DC = DE$ 2p

$\Rightarrow raportul\ este\ \dfrac{5}{6}$ 1p

Notă:

[1]Fiecare corector acordă un număr întreg de puncte;
[2]Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător;

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală - 01. 02. 2020

BAREM DE CORECTARE - Clasa a VII –a

PROBLEMA 4.

Fie numerele întregi $x_1, x_2, \dots x_{2022}$ astfel în cât $\{x_1; x_2; \ \dots; x_{2022}\} = \{1; \ 2; \ \dots,; 2022\}$.

Arătați că printre numerele: $|x_1 - 1|; |x_2 - 2|; |x_3 - 3|; \dots; |x_{2022} - 2022|$

există cel puțin două egale.

Soluție

Presupunem că numerele $|x_1 - 1|; |x_2 - 2|; |x_3 - 3|; \dots; |x_{2022} - 2022|$ sunt diferite două câte două

$\Longrightarrow$ mulțimea lor este $\{0; 1; \ 2; \ \dots; 2021\}$ 2p

Fie $S_1 = |x_1 - 1| + |x_2 - 2| + |x_3 - 3| + \cdots + |x_{2022} - 2022| = 2021 \cdot 1011 \; \textit{număr impar}$

și $S_2 = \ x_1 - 1 + x_2 - 2 + \cdots + \ x_{2022} - 2022 = 0$ 2p

Dar $|x_i - i| \; \text{și} \; x_i - i$ au aceeași paritate

$\Longrightarrow S_1 \text{ și } S_2 \ \textit{au aceeași paritate} \ \Longrightarrow \textit{contradicție}$ 2p

$\Longrightarrow |x_1 - 1|; |x_2 - 2|; |x_3 - 3|; \dots; |x_{2022} - 2022|$ nu pot fi diferite două câte două. 1p

Notă:

[1]*Fiecare corector acordă un număr întreg de puncte;*

[2]*Orice altă rezolvare corectă se punctează corespunzător;*