PROBLEMA 1.

În jurul punctului O se formează unghiurile BOC, COD, DOA şi AOB.

 Ştiind că măsura unghiului format de bisectoarele unghiurilor COD şi DOA este de 950, măsura unghiului COD este două treimi din măsura unghiului AOD şi suplementul unghiului AOB este egal cu complementul unghiului BOC, să se afle măsurile unghiurilor COD, DOA, AOB şi BOC.

**Soluție** (barem de corectare)

Desen............................................1 p

A

B

C

D

M

N

Ducem [OM bisectoarea unghiului COD şi [ON bisectoarea unghiului AOD.

......................1 p

Notăm  şi . Deci . ..................1 p

Deoarece suplementul  este egal cu complementul  avem:

…………..1 p

Din  şi se află că  şi .Deci  şi ................1 p

Pentru a afla  şi  ţinem cont că  şi .

Avem......1p

şi ............1 p

PROBLEMA 2.

1. Fie numărul .
2. Să se descompună în factori primi.
3. Să se demonstreze că oricum am alege 9 divizori naturali ai lui , între ei există doi a căror produs este pătrat perfect.
4. Să se afle cel mai mic număr natural nenul astfel încât oricum am alege divizori ai numărului între ei să existe doi a căror produs să nu fie pătrat perfect.

Barem

1. .......................................**2p**
2. Un divizor al lui este de forma , unde sunt numere naturale mai mici sau egale cu iar număr natural mai mic decât .

Fie și atunci e pătrat perfect dacă și numai dacă sunt pare adică și au aceeași paritate, și au aceeași paritate respectiv și au aceeași paritate.......**1p**

Divizorii lui sunt de forma , în funcție de paritățile lui avem 8 grupe posibile:

1. ,
2. ……………………………..**1p**

Deci oricum am alege 9 divizori între ei există doi care se află în aceeași grupă deci produsul lor este pătrat perfect…………………………………………….**1p**

1. De la 0 până la 3 avem 2 numere pare și 2 numere impare, iar de la 0 până la 6 avem 4 numere pare și 3 numere impare deci cele mai multe elemente le avem în grupele unde avem adică16 numere.

Dacă am alege cel mult divizori ar fi posibil ca toți să fie din aceeași grupă deci produsul oricăror doi să fie pătrat perfect………………………………**1p**

Oricum alegem vor exista cel puțin doi care să se afle în grupe diferite deci produsul lor nu va fi pătrat perfect

Deci . **1p**PROBLEMA 3.

Se consideră mulțimile A={ 3p+2 | p}, B={ 5k+4 | k} și C={ 15m+14 | }.

1. Verificați dacă numerele 14 și 29 aparțin mulțimii AB.
2. Arătați că AB = C.
3. Aflați câte numere x îndeplinesc condițiile x C și 500x1000.

**Soluție** (barem de corectare)

1. 14 = **3**×4+**2** și 14 = **5**×2+**4** 14 ...............................................................................1p

29 = **3**×7+**2** și 29 = **5**×5+**4**............................................................................1p

1. Fie x AB x = 3p+2=5k+4 3p=5k+23p=5(k-2)+12 3(p-4)=5(k-2)................1p

 p-4M5 p M5+4 x M15 + 14 . ..................................................................1p

 Fie ............1p

c) 50015m+141000..................................................................................................................1p

 32,4 m65,7(3), m{ 33,34,....,65 }, sunt 33 numere............................................................1p

PROBLEMA 4.

Se consideră numerele strict pozitive și distincte astfel încât

 Arătați că cel puțin unul dintre aceste numere nu este natural.

Soluție:

Presupunem că și fiind distincte fără a restrînge generalitatea considerăm că

 contradicție cel puțin un număr nu este natural.