PROBLEMA 1.

Un număr x de 7 cifre format cu cifrele are proprietățile:

1. Fiecare cifră a numărului x apare în număr exact o dată;
2. Suma oricăror trei cifre consecutive ale numărului x este divizibilă cu trei;
3. Oricare două cifre alăturate ale numărului x au parități diferite;
4. Numărul format din primele două cifre ale numărului x este un număr prim.

Să se afle numărul x.

Barem

Fie x = numărul căutat.

Deoarece, este număr prim avem b = 1 sau b = 3. *………………………………………………………………………………….. 1p*

1. ................................................................................................................ *1*p

*dacă a = 4 și b = 1 atunci nu există c care să verifice condiția ii)..........................................................1p*

*dacă a = 6 și b = 1 atunci c = 2, d = 3, e = 4, f = 5 și g = 0 ......................................................................1p*

*deci x = 6123450*

*dacă a = 2 și b = 3 atunci c =4, d = 5, e = 6, f = 1 și g = 0*

*X = 2345610, nu verifică condiția ii) ………………......................................................................................1p*

*dacă a = 4 și b = 3 atunci c =2, d = 1, e = 6 , f = 5 și g = 0*

*x = 4321640, nu verifică condiția ii) …………………....................................................................................1p*

*Singura soluție este x = 6123450. ........................................................................................................1p*

PROBLEMA 2.

Determinați ultima cifră a numărului unde sunt numere naturale nenule.

Gazeta Matematică 6-7-8

Barem

Presupunem că

(sumă de 2019 termeni impari) Contradicție. *…………………2p*

*.................................................................1p*

*....................................................................................2p*

PROBLEMA 3.

Aflați cifrele *a, b, c, x, y*  dacă

**Soluție** (barem de corectare)

Relația se scrie 109a+11b=998 c+100x+10y. .......................................................................................1p

Din a, b cifre avem 109a+11b................................................................................1p

Relația devine 109a+11b=998+100x+10y.

Din 109a+11b 109a+11b=998+100x+10y.

avem 998+100x+10y sau 100x+10y

.

Dacă a8 atunci 109a,

adică 998+10y..............................................................................................................................2p

Deci a = 9

Relația devine 981+11b=998+10y sau 11b=17+10y, de unde b=7, și y=6 .............................................2p

Concluzie a=9, b=7, c=1, x=0,y=6 ............................................................................................................1p

PROBLEMA 4.

Fie n un număr natural nenul și suma primelor n numere naturale impare care nu sunt divizibile cu 5.

a.) Arătați că dacă n se divide cu 4, atunci se divide cu 5n.

b.) Aflați restul împărțirii lui la 2021.

**Soluție** (barem de corectare)

1. Numerele impare care nu se divid cu 5 sunt de forma 10k+1, 10k+3, 10k+7, 10k+9, unde k este număr natural. Într-adevăr pentru k=0 numerele sunt 1, 3, 7, 9, pentru k=1, avem 11, 13, 17, 19 numere care nu se divid cu 5..............................................................................................................1p.

Deci numărul termenilor se divide cu 4, atunci n=4k+4 și îi putem grupa câte 4 astfel

deci se divide cu 5n. ..................................................................................................................2p

1. Scriem 2020=4∙505............................................................................................................1p

Atunci ..................................................................................................................2p

Restul este 1517........................................................................................................................1p