

# Programa olimpiadei de matematică pentru clasa a VII-a în anul școlar 2019-2020

- În programa de olimpiadă sunt incluse, în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă din clasele anterioare.
- În programa prevăzută pentru etapa națională sunt incluse în mod implicit, conținuturile programelor de olimpiadă de la etapele anterioare.
- Cunoștințele suplimentare față de programa școlară, marcate cu text înclinat în prezenta programă, pot fi folosite în rezolvarea problemelor de olimpiadă.

## ALGEBRĂ

### Etapa județeană

#### 1. Mulțimea numerelor reale

- Conținutul programei școlare
- Modulul unui număr real. *Proprietățile modulului.* Partea întreagă și partea fracționară a unui număr real
- Reguli de calcul cu radicali. Raționalizarea numitorilor. *Formula radicalilor dubli și următoarele rezultate:*
  - a) Dacă  $a, b \in \mathbb{Q}^*$  și  $p, q \in \mathbb{Q}^*$  astfel încât  $p\sqrt{a} + q\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$ , atunci  $\sqrt{a} \in \mathbb{Q}$  și  $\sqrt{b} \in \mathbb{Q}$ .
  - b) Dacă  $a \in \mathbb{Q}^*$  și  $x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ , atunci  $a+x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  și  $a \cdot x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ .
- *Elemente de calcul algebric. Formule de calcul prescurtat:*  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ ,  $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

#### 2. Ecuații și sisteme de ecuații liniare

- Conținutul programei școlare

### Etapa națională

#### Calcul algebric

- *Identități algebrice:*
  - a)  $a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + \dots + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$  și  $n \in \mathbb{N}$ ;
  - b)  $a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + \dots - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , unde  $a, b \in \mathbb{R}$  și  $n \in \mathbb{N}$ ,  $n$  impar;
  - c)  $(a+b)^n = M_a + b^n$ , unde  $a, b \in \mathbb{Z}$  și  $n \in \mathbb{N}^*$
  - d)  $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$  (identitatea lui Lagrange)
- *Inegalități. Probleme de maxim și de minim*
  - a)  $a^2 + b^2 \geq 2ab$ ;  $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + bc + ca$ , pentru orice  $a, b, c \in \mathbb{R}$ ;
  - b)  $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$ , pentru orice  $a, b > 0$
  - c)  $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}} \leq \sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n} \leq \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \leq \sqrt{\frac{a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2}{n}}$ ,  $\forall a_i > 0, i = \overline{1, n}, n \in \mathbb{N}^*$   
(inegalitatea mediilor);
  - d)  $(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) \cdot (b_1^2 + b_2^2 + \dots + b_n^2) \geq (a_1b_1 + a_2b_2 + \dots + a_nb_n)^2$ ,  $\forall a_i, b_i \in \mathbb{R}, i = \overline{1, n}$  și  $n \in \mathbb{N}^*$   
(inegalitatea Cauchy – Buniakovski – Schwarz).

#### 3. Elemente de organizare a datelor

- Conținutul programei școlare

# GEOMETRIE

## Etapa județeană

### 1. Patrulaterul

- Patrulaterul convex; suma măsurilor unghiurilor unui patrulater convex
- Paralelogramul: proprietăți; aplicații în geometria triunghiului: linie mijlocie în triunghi, centrul de greutate al unui triunghi
- Paralelograme particulare: dreptunghi, romb, pătrat; proprietăți
- Trapezul, clasificare, proprietăți; linia mijlocie în trapez; trapezul isoscel, proprietăți
- Perimetre și arii: paralelogram, paralelograme particulare, triunghi, trapez

### 2. Cercul

- Unghi înscris în cerc; coarde și arce în cerc, proprietăți: la arce congruente corespund coarde congruente și reciproc, diametrul perpendicular pe o coardă, arce cuprinse între coarde paralele, coarde egal depărtate de centru; tangente dintr-un punct exterior la un cerc.
- Poligoane regulate înscrise într-un cerc (construcție, măsuri de unghiuri)
- *Patrulatere inscriptibile. Patrulatere circumscriptibile.*
- Lungimea cercului și aria discului

### 3. Asemănarea triunghiurilor

- Segmente proporționale; teorema paralelelor echidistante; *teorema paralelelor neechidistante*
- Teorema lui Thales; reciproca teoremei lui Thales; împărțirea unui segment în părți proporționale cu numere (segmente) date
- Triunghiuri asemenea; criterii de asemănare a triunghiurilor; teorema fundamentală a asemănării, aplicații: raportul ariilor a două triunghiuri asemenea, aproximarea în situații practice a distanțelor folosind asemănarea
- *Teorema bisectoarei (interioare, exterioare) și teorema reciprocă*

## Etapa națională

### Cercul

- *Puterea unui punct față de un cerc*

### Asemănarea triunghiurilor

- *Teorema lui Ceva. Teorema lui Menelaos.*

### 4. Relații metrice în triunghiul dreptunghic

- Proiecții ortogonale pe o dreaptă; teorema înălțimii; teorema catetei
- Teorema lui Pitagora; reciproca teoremei lui Pitagora
- Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit
- Rezolvarea triunghiului dreptunghic; aplicații: calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) în triunghiul echilateral, în pătrat și în hexagonul regulat; aproximarea în situații practice a distanțelor folosind relații metrice
- *Teorema lui Pitagora generalizată. Teorema cosinusului. Teorema sinusurilor. Teorema medianei:*

$$m_a^2 = \frac{2(b^2 + c^2) - a^2}{4}.$$

- *Arii:  $A_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ ;  $A_{\Delta} = \frac{a \cdot b \cdot \sin C}{2}$ ;  $A_{\Delta} = p \cdot r$ ;  $A_{\Delta} = \frac{abc}{4R}$ ;  $A_{\text{patrulater convex}} = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot \sin(d_1, d_2)}{2}$ .*