**OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA**

**ETAPA JUDEŢEANĂ 7.03.2020**

**CLASA a VIII-a**

**Problema 1.(7 puncte)**

Fie numerele $a=\sqrt{\frac{11-4\sqrt{7}}{3}}$ și $b=\sqrt{\frac{11+4\sqrt{7}}{3}}$

1. Calculați $a∙b$.
2. Arătați că $a^{2}+b^{2}\geq 2$ .

**Problema 2.(7 puncte)**

 Fie expresiile : $E\left(x\right)= \frac{4x^{2}}{(x+1)^{2}-(x-1)^{2}} ,$ $∀ x\in R-\left\{0\right\} $și

$F\left(x\right)=\frac{x^{3}+x}{x^{3}-x^{2}+x-1}∶\left(\frac{4}{x-1}+ \frac{5+x}{1-x^{2}}- \frac{2x+10}{x^{2}+6x+5}\right) ,$ $∀ x\in R-\left\{-1,1,-5\right\}.$

1. Aduceți $E\left(x\right)$ la forma cea mai simplă.
2. Arătaţi că F$\left(x\right)=x$.
3. Dacă $A\left(x\right)=F\left(x\right)+E\left(x\right),$ arătați că $A\left(n\right)+A\left(n^{2}\right)$ este divizibil cu $4$.

**Problema 3.(7 puncte)**

În paralelipipedul dreptunghic $ABCDEFGH$, $AB=12 cm, BC=6 cm, AE=3\sqrt{6} cm,$

$M,N, P $mijloacele laturilor A$B, BC$, respectiv $BF$ și$ O$ centrul bazei $ABCD.$

1. Determinați măsura unghiului dintre dreptele $ OM și HC.$
2. Arătați că planele $\left(MNP\right)$ și $\left(ACF\right) $ sunt paralele.
3. Determinați măsura unghiului dintre planele $\left(EMD\right)$ și $\left(ABC\right)$.

**Problema 4.(7 puncte )**

|  |
| --- |
| Fie $VABC $ o piramidă triunghiulară regulată cu $VO⊥\left(ABC\right) și AB=24 cm$. Se știe că muchia laterală a piramidei formează cu planul bazei un unghi a cărui tangentă este egală cu $\sqrt{2.}$ |
| 1. Arătați că $VO=8\sqrt{6 } cm.$
 |
| 1. Arătați că $AV⊥BC$.
 |
| 1. Pe înălțimea $VO$ a piramidei se alege un punct $T \left( T\in \left(VO\right)\right),$ astfel încât triunghiul $∆ATV$ să fie isoscel, având baza$ AV$. Determinați lungimea segmentului $VT$.
 |

*Subiectele au fost - propuse de prof: Elena Măgdaş, Școala Gimnazială ”Horea” Cluj-Napoca*

 *prof: Ioana Ludușan, Colegiul Naţional ”Gheorghe Șincai” Cluj-Napoca*

 *- traduse de prof. Edit Szasz, Colegiul Tehnic Turda*

 **Toate subiectele sunt obligatorii.**

 **Timp efectiv de lucru - 2 ore.**