



Olimpiada Națională de Matematică
Etapa Județeană/a Sectoarelor Municipiului București, 16 martie 2019

CLASA a VIII-a

Problema 1. Determinați numerele x, y , cu x întreg și y rațional, pentru care se verifică egalitatea:

$$5(x^2 + xy + y^2) = 7(x + 2y).$$

Gazeta Matematică

Problema 2. Fie $ABCD A' B' C' D'$ paralelipiped dreptunghic și M, N, P proiecțiile punctelor A, C respectiv B' pe diagonala BD' .

a) Arătați că $BM + BN + BP = BD'$.

b) Demonstrați că $3(AM^2 + B'P^2 + CN^2) \geq 2D'B^2$ dacă și numai dacă paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ este cub.

Problema 3. Se consideră paralelipipedul dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ astfel încât măsura unghiului diedru format de planele $(A'BD)$ și $(C'BD)$ este 90° iar măsura unghiului diedru format de planele $(AB'C)$ și $(D'B'C)$ este 60° . Determinați măsura unghiului diedru format de planele $(BC'D)$ și $(A'C'D)$.

Problema 4. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația:

$$\left[x + \frac{1}{x} \right] = \left[x^2 + \frac{1}{x^2} \right],$$

unde $[a]$, reprezintă partea întreagă a numărului real a .

Timp de lucru 4 ore.

Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.