Ministerul Educației Naționale
romania2019.eu
Președinția României la Consiliul Uniunii Europene
Societatea de Științe Matematice din România

Matematika tantárgyverseny
Megyei (Bukarestben szektori) forduló, 2019. március 16.

VII. OSZTÁLY

1. feladat. Határozd meg azokat az a, b, c egész számokat, amelyekre

$$\frac{a+1}{3}=\frac{b+2}{4}=\frac{5}{c+3}.$$

Gazeta Matematică

2. feladat. Az ABC egyenlő szárú háromszögben D a $[BC]$ alap felezőpontja és $m(\widehat{BAC})<90°$. A B pontban a BC-re állított merőlegesen vegyük fel az E pontot úgy, hogy $\widehat{EAB}\equiv\widehat{BAC}$, a C ponton át az AB egyeneshez húzott párhuzamoson vegyük fel az F pontot úgy, hogy F és D az AC egyenes különböző oldalain legyenek és $\widehat{FAC}\equiv\widehat{CAD}$. Bizonyítsd be, hogy $AE=CF$ és $BF=EF$.

3. feladat. Adottak az $M=\{0,1,2,\ldots,2019\}$ és $A=\left\{x\in M \,\middle|\, \dfrac{x^3-x}{24}\in\mathbb{N}\right\}$ halmazok.
a) Hány eleme van az A halmaznak?
b) Határozd meg a legkisebb olyan $n\geq 2$ természetes számot, amelyre az A halmaz bármely n elemű részhalmaza tartalmaz két olyan különböző elemet, amelyek különbsége osztható 40-nel.

4. feladat. Az ABC egyenlő szárú háromszögben $m(\widehat{A})=90°$ és $D\in(AB)$ úgy, hogy $AD=\frac{1}{3}AB$. Az AB egyenes és a C pont által meghatározott félsíkban vegyük fel az E pontot úgy, hogy $m(\widehat{BDE})=60°$ és $m(\widehat{DBE})=75°$. A BC és DE egyenesek a G pontban metszik egymást. A G ponton át párhuzamost húzunk az AC egyeneshez, ami a BE egyenest a H pontban metszi.
Bizonyítsd be, hogy a CEH háromszög egyenlő oldalú!

Munkaidő 4 óra.
Minden feladatra 7 pont szerezhető.