



Matematika tantárgyverseny  
Megyei (Bukarestben szektor) forduló, 2019. március 16.

VI. OSZTÁLY

**1. feladat.** Adottak a következő  $O$  pont körüli szögek:  $\widehat{A_0OA_1} = 1^\circ$ ,  $\widehat{A_1OA_2} = 2^\circ$ ,  $\widehat{A_2OA_3} = 3^\circ, \dots, \widehat{A_{25}OA_{26}} = 26^\circ$  és  $\widehat{A_{26}OA_0}$ .

a) Számítsd ki az  $\widehat{A_{26}OA_0}$  szög mértékét!

b) Az  $n$ ,  $1 \leq n \leq 25$  természetes szám hány értékére igaz az  $\widehat{A_0OA_n} > \widehat{A_0OA_{n+1}}$  egyenlőtlenség?

*Gazeta Matematică*

**2. feladat.** Egy egész számokból álló  $M$  halmazra igazak a következő tulajdonságok:

i) 1 eleme az  $M$  halmaznak;

ii) ha  $x$  és  $y$  elemei az  $M$  halmaznak, akkor  $2x + 3y$  eleme az  $M$  halmaznak;

iii) ha az  $x, y$  egész számokra  $4x - 3y$  eleme az  $M$  halmaznak, akkor  $x \cdot y$  eleme az  $M$  halmaznak.

Igazold, hogy az  $M$  halmaz tartalmazza a 2, 3, 4, 5 és 2019 számokat!

**3. feladat.** Adott az  $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$  halmaz.

a) Adj példát az  $A$  halmaz olyan 11 elemű  $B$  részhalmazára, amelyre igaz a következő tulajdonság: *bárhogyan választunk ki két elemet a  $B$  halmazból, legnagyobb közös osztójuk legalább 9.*

b) Igazold, hogy bárhogyan választunk ki az  $A$  halmazból egy 11 elemű  $C$  részhalmazt, a  $C$  halmaznak van két különböző eleme, amelyek legnagyobb közös osztója legfeljebb 9.

**4. feladat.** Egy halmazt nevezünk *érdekesnek*, ha elemei prímszámok és teljesül a következő tulajdonság:

*bárhogyan választunk ki három különböző elemet a halmazból, ezek összege prímszám.*

Határozd meg, hogy leg több hány eleme lehet egy érdekes halmaznak!

*Munkaidő 2 óra + 30 perc kérdésekre.  
Minden feladatra 7 pont szerezhető.*