



Matematika tantárgyverseny
Megyei szakasz, 2016. március 19.
X. OSZTÁLY

1. feladat. Határozd meg az alábbi egyenlet $x \in (2, \infty)$ megoldásait:

$$\cos(\pi \log_3(x+6)) \cdot \cos(\pi \log_3(x-2)) = 1.$$

Gazeta Matematică

2. feladat. Az $a, b, c \in \mathbb{C}^*$ különböző komplex számok modulusai egyenlők és

$$a^2 + b^2 + c^2 + ab + ac + bc = 0.$$

Bizonyítsd be, hogy a, b és c egy derékszögű vagy egy egyenlőoldalú háromszög csúcsainak affixumai!

3. feladat. Adottak az α és β valós számok. Határozd meg az

$$|\alpha x + \beta y| + |\alpha x - \beta y|$$

legnagyobb lehetséges értékét az alábbi esetekben:

a) $x, y \in \mathbb{R}$, $|x| \leq 1$ és $|y| \leq 1$;

b) $x, y \in \mathbb{C}$, $|x| \leq 1$ és $|y| \leq 1$.

4. feladat. a) Igazold, hogy van olyan nem periodikus $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amelyre

$$f(x+1) + f(x-1) = \sqrt{5}f(x),$$

bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén!

b) Bizonyítsd be, hogy minden olyan $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, amelyre

$$g(x+1) + g(x-1) = \sqrt{3}g(x),$$

bármely $x \in \mathbb{R}$ esetén, periodikus!

Munkaidő 4 óra.

Minden feladatra 7 pont szereshető.