



**Matematika tantárgyverseny**  
**Megyei szakasz, 2016. március 19.**  
**VIII. OSZTÁLY**

**1. feladat.** Igazold, hogy egy négyoldalú szabályos gúlában két szemközti oldallap akkor és csak akkor merőleges egymásra, ha két egymásmelletti oldallap által alkotott lapszög mértéke  $120^\circ$ !

*Gazeta Matematică*

**2. feladat.** Egy tetszőleges nem nulla  $n$  természetes szám esetén jelölje  $x_n$  azoknak az  $n$  számjegyű természetes számoknak a számát, amelyek oszthatók 4-gyel és csak a 2, 0, 1 vagy 6 számjegyek alkotják.

- Számítsd ki az  $x_1, x_2, x_3$  és  $x_4$  számokat!
- Határozd meg azt az  $n$  természetes számot, amelyre

$$1 + \left[ \frac{x_2}{x_1} \right] + \left[ \frac{x_3}{x_2} \right] + \left[ \frac{x_4}{x_3} \right] + \dots + \left[ \frac{x_{n+1}}{x_n} \right] = 2016,$$

ahol  $[a]$  az  $a$  valós szám egészrészét jelöli.

**3. feladat.** a) Igazold, hogy bármely  $k$  egész szám esetén az  $x^3 - 24x + k = 0$  egyenletnek legfeljebb egy egész megoldása van!

- Igazold, hogy az  $x^3 + 24x - 2016 = 0$  egyenletnek pontosan egy egész megoldása van!

**4. feladat.** Az  $ABCD A' B' C' D'$  téglatestben  $M$  és  $N$  az  $A'$  és  $C'$  pontokból a  $BD$  egyenesre állított merőlegesek talppontjai. Az  $AB$ ,  $BC$  és  $AA'$  élek hossza rendre  $\sqrt{6}$ ,  $\sqrt{3}$  illetve  $\sqrt{2}$ .

- Igazold, hogy  $A'M \perp C'N$ .
- Számítsd ki az  $(A'MC)$  és  $(ANC')$  síkok által alkotott lapszög mértékét!

*Munkaidő 4 óra.*

*Minden feladatra 7 pont szereshető.*