Societatea de Ştiinţe Matematice din România

Ministerul Educaţiei şi Cercetării Ştiinţifice

Matematika tantárgyverseny
Megyei szakasz, 2015. március 14.
X. OSZTÁLY

1. feladat. Igazold, hogy minden $n \geq 2$ természetes szám esetén

$$\sum_{k=2}^{n} \frac{1}{\sqrt[k]{(2k)!}} \geq \frac{n-1}{2n+2}.$$

Gazeta Matematică

2. feladat. Határozd meg azokat az x, y egész számokat, amelyekre

$$5^x - \log_2 (y+3) = 3^y \text{ és } 5^y - \log_2 (x+3) = 3^x.$$

3. feladat. Határozd meg azokat a z komplex számokat, amelyekre:

$$|z| + |z-5i| = |z-2i| + |z-3i|.$$

4. feladat. Az $f : (0, \infty) \to (0, \infty)$ függvény nem állandó és

$$f(x^y) = (f(x))^{f(y)}, \text{ bármely } x, y > 0 \text{ esetén .}$$

Bizonyítsd be, hogy

$$f(xy) = f(x) f(y) \text{ és } f(x+y) = f(x) + f(y)$$

bármely $x, y > 0$ esetén.

Munkaidő 4 óra.
Minden feladatra 7 pont szerezhető.