



Matematika tantárgyverseny
Megyei szakasz, 2015. március 14.
VIII. OSZTÁLY

1. feladat. Igazold, hogy ha a, b, c egy háromszög oldalainak hosszai, akkor:

$$\sqrt{\frac{a}{-a+b+c}} + \sqrt{\frac{b}{a-b+c}} + \sqrt{\frac{c}{a+b-c}} \geq 3.$$

2. feladat. Minden a természetes szám esetén értelmezzük a következő halmazt:

$$A_a = \left\{ n \in \mathbb{N} \mid \sqrt{n^2 + an} \in \mathbb{N} \right\}.$$

- a) Igazold, hogy az A_a halmaz akkor és csak akkor véges, ha $a \neq 0$.
b) Határozd meg az A_{40} halmaz legnagyobb elemét!

Gazeta Matematică

3. feladat. Határozd meg az

$$M = \left\{ (x, y) \in \mathbb{N}^* \times \mathbb{N}^* \mid \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{y}} = \frac{1}{\sqrt{2016}} \right\}$$

halmaz elemeinek számát!

4. feladat. Adott az $ABCD A' B' C' D'$ téglatest és $AB' \cap A'B = \{O\}$. A $[BC]$ élen felvesszük az N pontot úgy, hogy $AC' \parallel (B'AN)$. Ha tudjuk, hogy $D'O \perp (B'AN)$, bizonyítsd be, hogy $ABCD A' B' C' D'$ kocka!

Munkaidő 4 óra.

Minden feladatra 7 pont szereshető.