



Matematika tantárgyverseny
Megyei szakasz, 2015. március 14.
VII. OSZTÁLY

1. feladat. a) Igazold, hogy az

$$a = \sqrt{9 - \sqrt{77}} \cdot \sqrt{2} \cdot (\sqrt{11} - \sqrt{7}) \cdot (9 + \sqrt{77})$$

szám természetes szám!

b) Adottak az x és y valós számok úgy, hogy $xy = 6$. Igazold, hogy ha $x > 2$ és $y > 2$, akkor $x + y < 5$.

Gazeta Matematică

2. feladat. a) Igazold, hogy ha léteznek a p és q természetes számok úgy, hogy $\sqrt{2p - q}$ és $\sqrt{2p + q}$ természetes számok, akkor q páros!

b) Hány olyan p természetes szám van, amelyre $\sqrt{2p - 4030}$ és $\sqrt{2p + 4030}$ is természetes szám?

3. feladat. Az ABC háromszögben M az $[AC]$ oldal felezőpontja és $N \in (AM)$. Az N ponton át az AB egyenessel húzott párhuzamos a BM egyenest a P pontban metszi, az M ponton át a BC egyenessel húzott párhuzamos a BN egyenest a Q pontban metszi, az N ponton át az AQ egyenessel húzott párhuzamos a BC egyenest az S pontban metszi.

Bizonyítsd be, hogy a PS és AC egyenesek párhuzamosak!

4. feladat. Az $ABCD$ négyzet $[AB]$ oldalára kívül megszerkesztjük az s ABE egyenlő szárú háromszöget úgy, hogy $m(\widehat{ABE}) = 120^\circ$. A B pontból az EAB szög szögfelezőjére húzott merőleges talppontja M , az M pontból az AB egyenesre húzott merőleges talppontja N , a CN és MB egyenesek metszéspontja P . Az ABE háromszög súlypontja G .

Bizonyítsd be, hogy a PG és AE egyenesek párhuzamosak!

Munkaidő 4 óra.

Minden feladatra 7 pont szererezhető.