



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,
TINERETULUI ȘI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ȘTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA
JUDEȚEANĂ
12.03.2011

BAREM
Clasa a VI-a

1. Presupunem ca oricare ar fi doua puncte colorate la fel pe d , mijlocul segmentului determinat de ele este colorat diferit de cele doua si aratam ca se obtine contradictie (1p)

Exista doua puncte colorate la fel, fie acestea A_5 si A_6 colorate cu rosu, de exemplu

Consideram punctele $A_1 ; A_2 ; A_3 ; \dots ; A_{10}$ pe dreapta d astfel incat

$$A_1 A_2 = A_2 A_3 = \dots = A_9 A_{10} \quad (1p)$$

Din $A_4 A_5 = A_5 A_6$ rezulta A_4 este obligatoriu albastru, analog A_7 este albastru (1p)

Din $A_1 A_4 = A_4 A_7$ rezulta A_1 este obligatoriu rosu, analog A_{10} este rosu (1p)

Din $A_1 A_3 = A_3 A_5$ rezulta A_3 este obligatoriu albastru, analog A_8 este albastru (1p)

Daca A_2 este albastru atunci $A_2 ; A_3 ; A_4$ incalca presupunerea facuta

Daca A_2 este rosu atunci $A_2 ; A_6 ; A_{10}$ incalca presupunerea facuta (1p)

Deci presupunerea facuta este falsa, adica exista trei puncte diferite pe dreapta d , colorate cu aceeasi culoare astfel incat unul dintre cele trei puncte sa fie mijlocul segmentului cu capetele in celelalte doua puncte (1p)

2. Se pot aseza fractiile intr-un tablou astfel : pe o linie fractiile cu aceeasi suma intre

numarator si numitor : pe prima linie $\frac{1}{1}$, pe a doua linie $\frac{2}{1}; \frac{1}{2}$, pe a treia linie $\frac{3}{1}; \frac{2}{2}; \frac{1}{3}$, ..., pe a n -a

linie $\frac{n}{1}; \frac{n-1}{2}; \frac{n-2}{3}; \dots; \frac{1}{n}$ (1p)

Se observa ca pe linia n sunt n fractii si suma dintre numarator si numitor este $n+1$ (1p)

a) $55=1+2+3+\dots+10$, deci trebuie inmultite fractiile de pe primele 10 randuri (1p)

$$\text{Avem: } \frac{1}{1} \cdot \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{3}{1} \cdot \frac{2}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot \left(\frac{4}{1} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4}\right) \dots \left(\frac{10}{1} \cdot \frac{9}{2} \cdot \dots \cdot \frac{1}{10}\right) = 1 \quad (1p)$$

b) Fractia $\frac{2011}{2012}$ este pe linia $2011+2012-1=4022$ (1p)

Fractiile de pe linia 4022 sunt: $\frac{4022}{1}; \frac{4021}{2}; \frac{4020}{3}; \dots; \frac{1}{4022}$, iar fractia $\frac{2011}{2012}$ este a 2012-a pe aceasta linie (1p)

Deci fractia $\frac{2011}{2012}$ este in sir pe pozitia $1+2+3+\dots+4021+2012=8088243$ (1p)

Obs: daca elevul ghiceste rezultatul primeste 1 punct.

3. Deoarece un jucator ia minim o bila si maxim 10 bile la o extragere, inseamna ca jucatorul A poate sa conduca jocul astfel incat numarul de bile din urna sa scada tot timpul cu

Notă :

- toate subiectele sunt obligatorii
- timp de lucru 2 h
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7



MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,
TINERETULUI ȘI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ȘTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN BIHOR



OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA
JUDEȚEANĂ
12.03.2011

$1+10=11$ bile astfel: dacă B scoate b bile atunci A scoate a bile așa încât $a+b=11$

(2p)

Avem $2011=11 \cdot 182+9$ (1p)

Jucătorul A scoate mai întâi 9 bile, astfel în urna rămân $11 \cdot 182$ bile (1p)

Jucătorul B scoate b bile atunci A scoate a bile așa încât $a+b=11$ și tot așa astfel încât după ce A scoate bile în urna rămâne un multiplu de 11 de bile (2p)

Dacă A respectă această regulă până la sfârșit sigur va castiga (1p)

4. Sunt posibile două cazuri:

1) (OB este în interiorul unghiului AOC) (1p)

$$m(\sphericalangle AOC) = 4 \cdot m(\sphericalangle BOC) \quad (1p)$$

$$m(\sphericalangle AOC) = 2 \cdot 60^{\circ} = 120^{\circ} \quad (1p)$$

$$m(\sphericalangle BOC) = 30^{\circ}$$

$$m(\sphericalangle BOA) = 90^{\circ} \quad (1p)$$

2) (OC este în interiorul unghiului AOB) (1p)

$$m(\sphericalangle BOC) = 60^{\circ} \quad (1p)$$

$$m(\sphericalangle BOA) = 180^{\circ} \quad (1p)$$

Dacă elevul rezolvă **un singur caz** primește **4 puncte**, dacă rezolvă ambele cazuri primește **7 puncte**.

Notă :

- toate subiectele sunt obligatorii
- timp de lucru 2 h
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7