MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ŞTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN BIHOR

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ — **ETAPA JUDEȚEANĂ 12.03.2011**

BAREM
Clasa a V-a

1. La inceput sunt 1007 numere impare si 1006 numere pare (1p)
Daca se sterg doua numere impare, se va pune in loc un numar par, deci numarul numerelor impare scade cu 2, adica ramane impar (1p)
Daca se sterg doua numere pare, se va pune in loc un numar par, deci numarul numerelor impare ramane impar (1p)
Daca se sterge un numar par si un numar impar, se va pune in loc un numar impar, deci numarul numerelor impare ramane neschimbat, adica impar (2p)
Deci numarul numerelor impare din M este tot timpul impar (1p)
Cum dupa fiecare stergere a doua numere si adaugare a diferentei lor numarul total de numere din M scade cu 1, se va ajunge la un singur numar in M. Dar numarul numerelor impare fiind impar rezulta ca ultimul numar este impar (1p)

2. a) Din $a^3 = b^2$ rezulta ca b este cub perfect (1p)
$b \neq 0$, $b<10$ rezulta ca b poate fi 1 sau 8 (1p)
Pentru b=1 rezulta a=1 , dar $a \neq b$ (1p)
Pentru b=8 rezulta a=4 de unde rezulta ca $4^{88} > 8^{44}$ (1p)
b) Primul termen este (3·1+1), al doilea (3·2+1), al treilea (3·3+1),..., al 2011-lea este (3·2011+1) (1p)
Suma este (3·1+1)+(3·2+1)+(3·3+1)+...+(3·2011+1)=6071209 (2p)

3. i)
(1 · 3 · 7 · 9) · (11 · 13 · 17 · 19) · …. · (1991 · 1993 · 1997 · 1999) · (2001 · 2003 · 2007) ….1p
u(1 · 3 · 7 · 9) = 9, u(11 · 13 · 17 · 19) = 9,…, u(1991 · 1993 · 1997 · 1999) = 9 ……………….1p
u(1 · 3 · …. · 1997 · 1999) = 1 ……………………………………………………………….1p
u(2001 · 2003 · 2007) = 1……………………………………………………………...0,5p
u(1 · 3 · ……. · 2003 · 2007) =1………………………………………………………0,5p

ii)
105 = 3 · 5 · 7 ……………………………………………………………………………0,5p
1 · 2 · 3 · 4 ….. 2006 · 2007 = M 105 ……………………………………………………1p
Restul împărțirii lui 2008 la 105 este 13 ……………………………………………………1p
Restul împărțirii lui 1 · 2 · 3 · 4 … · 2006 · 2007 + 2008 la 105 este 13 ……………………0,5p

Notă :
- toate subiectele sunt obligatorii
- timp de lucru 2 h
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ŞI SPORTULUI

SOCIETATEA DE ŞTIINTE MATEMATICE

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN BIHOR

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA JUDEȚEANĂ
12.03.2011

4.

A=$(n+1)^{2006}-n^{2006}=\left[(n+1)^2\right]^{1003}-(n^2)^{1003}$ ……………………….…… …2p

$U(A) = \{1;3;5;7;9\}$ ……………………………………..……………………... 3p

dacă U (A) ={ 1;3;5} atunci $A^2+4\cdot A+2$ nu este pătrat perfect …………..…1p

dacă U (A)={7; 9} atunci $A^2+4\cdot A$ nu este pătrat perfect ..…………………... 1p

Notă :

- toate subiectele sunt obligatorii
- timp de lucru 2 h
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7