



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ – 08.02.2025

Clasa a X-a

Secțiunea H2

Filiera teoretică, profil real, specializarea științe ale naturii

PROBLEMA 1Fie $z \in \mathbb{C}$ astfel încât $(z + i)^{100} + (z - i)^{100} = 0$

- a) Demonstrați că $|z + i| = |z - i|$
- b) Demonstrați că z este un număr real.

PROBLEMA 2a) Arătați că $\sqrt{2n - \sqrt{4n^2 - 1}} = \frac{\sqrt{2n+1} - \sqrt{2n-1}}{\sqrt{2}}$ b) Fie $S_n = \frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}} + \frac{1}{\sqrt{4+\sqrt{15}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2n+\sqrt{4n^2-1}}}$. Găsiți cel mai mare număr natural n pentru care $S_n < \sqrt{2}$.**PROBLEMA 3**Demonstrați că $\log_{xyz} t + \log_{yzt} x + \log_{ztx} y + \log_{txy} z \geq \frac{4}{3}$, $\forall x, y, z, t \in (1, \infty)$ **PROBLEMA 4**Determinați valorile reale ale lui m pentru care funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} -x^2 + mx + 1, & x \leq 0 \\ x + 1, & x > 0 \end{cases}$

este: a) injectivă b) surjectivă c) bijectivă.