

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ – 08.02.2025

Clasa a XI-a

Secțiunea H1

Filiera tehnologică - toate profilurile și specializările

PROBLEMA 1

Fie matricea $A(x) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \sqrt{x} \\ 1 & 0 & 1 \\ x & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $x \in \mathbb{R}$.

- Determinați valoarea numărului real x astfel încât $\det(A(x))=1$
- Demonstrați că: $\det(A(x) \cdot A(1) - A(x+1)) > 0$, oricare ar fi $x > 0$
- Arătați că determinantul matricei $B(n)=A(1^2)+A(2^2)+\dots+A(n^2)$ este diferit de zero oricare ar fi n număr natural mai mare sau egal cu 2.

PROBLEMA 2

Fie $A(1,1)$, $B(-1, -2)$, $C(p,q)$ trei puncte în plan.

- Dacă C aparține dreptei de ecuație $x+y-3=0$ să se determine valorile lui p și q numere naturale astfel încât aria triunghiului ABC să fie minimă și să se determine valoarea ariei în acest caz.
- Calculați distanța de la C la AB dacă $C(1, 2)$

PROBLEMA 3

Se consideră funcția : $D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x-1}{\sqrt{x^2-3x}}$, unde D este domeniul maxim de definiție al funcției.

- Determinați D ;
- Calculați $\lim_{x \nearrow 0} f(x)$;
- Determinați ecuațiile tuturor asimptotelor funcției.

PROBLEMA 4

Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1-x)}{x}, & x < 0 \\ a, & x = 0 \\ b \cdot \left(\frac{2x+1}{3x+1}\right)^{\frac{1}{x}}, & x > 0 \end{cases}$, unde $a, b \in \mathbb{R}$.

Determinați $a, b \in \mathbb{R}$ pentru care funcția este continuă.