

## CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ – 08.02.2025

Clasa a IX-a

## Secțiunea H1

Filiera tehnologică - toate profilurile și specializările

## PROBLEMA 1

- a) Determinați cardinalul mulțimii  $A = \{ a \in \mathbb{Z} \mid 4 + \sqrt{a^2 - 2a + 1} < 2025 \}$ .
- b) Dacă  $b < 0$ , arătați că expresia  $\sqrt{4b^2 - 4b + 1} - 3\sqrt{9 - 6b + b^2} + \sqrt{b^2}$  este constantă.

## PROBLEMA 2

Într-o grădină se plantează 2025 de flori pe rânduri astfel: pe primul rând se plantează o floare, pe al doilea rând 3 flori, pe al treilea rând 5 flori, și tot așa, respectându-se regula până se plantează toate florile.

- a) Câte flori se plantează pe rândul 25?
- b) Determinați numărul rândului pe care se plantează 77 de flori.
- c) Determinați câte rânduri au fost plantate cu flori.
- d) Este posibil ca pe un rând să fie plantate 91 de flori? Justificați.

## PROBLEMA 3

Fie triunghiul dreptunghic isoscel MAT cu lungimea catetei de 5 cm

- a) Construiți punctul E și R astfel încât  $\overrightarrow{ME} = -\overrightarrow{TA}$ ,  $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{RT}$ ,
- b) Calculați  $|\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{EM}|$  și  $|\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{TM}|$
- c) Arătați că punctele M, A, R sunt coliniare.
- d) Arătați că pentru orice punct F din interiorul patrulaterului convex MATE are loc relația  $\overrightarrow{FA} - \overrightarrow{FT} = \overrightarrow{FM} - \overrightarrow{FE}$

## PROBLEMA 4

Se consideră șirul  $(a_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}$  cu termenul general  $a_n = \frac{2^{2025}}{2^{n+2025}}$

- a) Arătați că  $a_n = \frac{1}{2^n}$ , oricare ar fi  $n \in \mathbb{N}$ .
- b) Arătați că șirul  $(a_n)$ ,  $n \in \mathbb{N}$ , este o progresie geometrică.

Arătați că suma  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2025} \in (1; 2)$ .