

BAREM

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

ETAPA LOCALĂ – 08.02.2025

Clasa a IX-a

Secțiunea H1

Filiera tehnologică - toate profilurile și specializările

1. a) Determinați cardinalul mulțimii $A = \{a \in \mathbb{Z} \mid 4 + \sqrt{a^2 - 2a + 1} < 2025\}$.
- b) Dacă $b < 0$, arătați că expresia $\sqrt{4b^2 - 4b + 1} - 3\sqrt{9 - 6b + b^2} + \sqrt{b^2}$ este constantă.

Barem

- a) Scrierea expresiei sub forma $|a - 1| < 2021$ 1 pct
Aducerea la forma $-2021 < a - 1 < 2021$ 1 pct
Determinarea soluției $A = \{-2019, \dots, 2021\}$ 1 pct
 $|A| = 4041$ 1 pct
- b) Scrierea expresiei sub forma $|2b-1|-3|3-b|+|b|$ 1 pct
 $b < 0 \Rightarrow 2b - 1 < 0, 3 - b > 0$ 1 pct
Calculul $-2b+1-3(3-b)-b = -8$, expresia este constantă. 1 pct

2. Într-o grădină se plantează 2025 de flori pe rânduri astfel: pe primul rând se plantează o floare, pe al doilea rând 3 flori, pe al treilea rând 5 flori, și tot așa, respectându-se regula până se plantează toate florile.

- a) Câte flori se plantează pe rândul 25?
- b) Determinați numărul rândului pe care se plantează 77 de flori.
- c) Determinați câte rânduri au fost plantate cu flori.
- d) Este posibil ca pe un rând să fie plantate 91 de flori? Justificați.

Barem

- a) 1, 3, 5, ..., x sunt termeni ai unei progresii aritmetice 1 pct
- $a_1 = 1, r = 2$ 1 pct
- $a_n = 2n-1$ 1 pct
- $a_{25} = 49$ flori 1 pct
- b) $77 = 2n-1 \Rightarrow n = 39$ 1 pct
- c) $S_n = 2025 \Rightarrow n = 45$ 1 pct

d) Nu. $91=2n-1 \Rightarrow n = 46 > 45$1 pct

3. Fie triunghiul dreptunghic isoscel MAT cu lungimea catetei de 5 cm

- Construiți punctul E și R astfel încât $\overrightarrow{ME} = -\overrightarrow{TA}$, $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{RT}$,
- Calculați $|\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{EM}|$ și $|\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{TM}|$
- Arătați că punctele M, A, R sunt coliniare.
- Arătați că pentru orice punct F din interiorul patrulaterului convex MATE are loc relația
 $\overrightarrow{FA} - \overrightarrow{FT} = \overrightarrow{FM} - \overrightarrow{FE}$

Barem

- Construirea punctelor E și R.....2 pct
 - $|\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{EM}| = |\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{ME}| = |\overrightarrow{AE}| = 5\sqrt{2}$ cm.....1 pct
Cum MATE este pătrat avem $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{TE}$ și $|\overrightarrow{AE} - \overrightarrow{TM}| = |\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{ME} - \overrightarrow{TE} - \overrightarrow{EM}| = |2\overrightarrow{ME}| = 2 \cdot 5 = 10$ cm1 pct
 - $\overrightarrow{MA} = \overrightarrow{ME} + \overrightarrow{EA} = \overrightarrow{AT} + \overrightarrow{TR} = \overrightarrow{AR} \Rightarrow$ M, A, R coliniare.....1 pct
 - F int pătrat MATE $\Rightarrow \overrightarrow{FA} - \overrightarrow{FT} = \overrightarrow{FM} - \overrightarrow{FE} \Rightarrow \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{MF} + \overrightarrow{TF} + \overrightarrow{FE} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{TE} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{ET} = 0$ 2pct
4. Se consideră șirul (a_n) , $n \in \mathbf{N}$ cu termenul general $a_n = \frac{2^{2025}}{2^{n+2025}}$

- Arătați că $a_n = \frac{1}{2^n}$, oricare ar fi $n \in \mathbf{N}$.
- Arătați că șirul (a_n) , $n \in \mathbf{N}$, este o progresie geometrică.
- Arătați că suma $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2025} \in (1; 2)$.

Barem

- Verificare.....1 pct
- Verificare $a_n = \sqrt{a_{n-1} \cdot a_{n+1}}$2 pct
- $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2025} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} \dots \dots \dots + \frac{1}{2^{2025}} =$
 $= 2\left(\frac{1}{2^{2026}} - 1\right) = 2\left(1 - \frac{1}{2^{2025}}\right)$3 pct
 $2\left(1 - \frac{1}{2^{2025}}\right) \in (1; 2)$1 pct