CONCURSUL NAȚIONAL DE

MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 1 februarie 2020
Clasa a XII-a

Subiectul 1

Se consideră matricea $A_x = \begin{pmatrix} 2020 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & x & 1 \end{pmatrix}$, pentru x$\in$**R** și mulțimea $G = \{A_x | x \in \mathbf{R}\} \subset M_3(\mathbf{R})$.

a) Să se verifice că $I_3 \in M$, unde $I_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

b) Să se demonstreze că $A_x \cdot A_y = A_{x+y}, \forall x, y \in \mathbf{R}$.

c) Să se arate că $(G,\cdot)$ este grup comutativ.

Subiectul 2

Se consideră funcțiile $f, g\colon \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \to \boldsymbol{R}$, definite prin $f(x) = \dfrac{e^x + \cos x}{e^x + \cos x + \sin x}$ ş $g(x) = \dfrac{\sin x}{e^x + \cos x + \sin x}$.

a) Să se calculeze $\int [f(x) + g(x)]dx$ și $\int [f(x) - g(x)]dx$.

b) Să se arate că funcțiile *f* și *g* admit primitive și să se calculeze primitivele acestora.

Subiectul 3

Pe **R** se definește legea de compoziție "*" astfel: $x * y = ax + by + c, \forall x, y \in \mathbf{R}$ unde $a, b, c \in \mathbf{R}$. Determinați constantele a, b, c știind că $(\mathbf{R},*)$ este grup cu elementul neutru 3.

Subiectul 4

Fie $f : (-1,\infty) \to \mathbf{R}$, $f(x) = \dfrac{15x\sqrt{x+1}}{2}$. Să se determine a, b, c astfel încât funcția $F : (-1,\infty) \to \mathbf{R}$, $F(x) = (ax^2 + bx + c)\sqrt{x+1}$ să fie o primitivă a lui f.

Notă:

[1]*Timpul efectiv de lucru este de 3 ore;*
[2]*Toate problemele sunt obligatorii;*
[3]*Fiecare problemă se notează a de la 0 la 7;*