CONCURSUL NAȚIONAL DE

MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 1 februarie 2020

BAREM DE CORECTARE - Clasa a X-a

Subiectul 1

Fie $z \epsilon \mathbb{C} \backslash \{-1\}$ cu $|z| = 1$. Demonstraţi că există $a \epsilon \mathbb{R}$ astfel încât $z = \frac{1+ai}{1-ai}$.

Barem

$z = \frac{1+ai}{1-ai} \Rightarrow a = \frac{z-1}{i(z+1)}$ **(2p)**

$\bar{a} = \frac{\bar{z}-1}{-i(\bar{z}+1)}$ **(1p)**

$z \cdot \bar{z} = |z|^2 = 1 \Longrightarrow \bar{z} = \frac{1}{z}$ **(1p)**

$\bar{a} = \frac{\frac{1}{z}-1}{-i(\frac{1}{z}+1)} = \frac{z-1}{i(z+1)}$ **(1p)**

$\bar{a} = a \Rightarrow a \epsilon \mathbb{R}$ **(2p)**

Subiectul 2

Se consideră expresia $E(x) = \log_{3-x}(3+x)$.

a) Determinaţi mulţimea D pe care este definită expresia $E(x)$.

b) Arătaţi că $E(a)E(-a) = 1, \forall a \in D$

c) Calculaţi $E(\sqrt{8})$.

Barem

a) condiţii $\begin{cases} 3-x > 0 \\ 3-x \neq 1 \\ 3+x > 0 \end{cases}$ **(1p)**

Rezultă D=$(-3,3) - \{2\}$ **(1p)**

b)E(a)E(-a)=$\log_{3-a}(3+a) \cdot \log_{3+a}(3-a)$ **(1p)**

aducem la aceeaşi bază şi obţinem rezultatul 1 **(1p)**

c) $E(\sqrt{8}) = \log_{3-\sqrt{8}}(3+\sqrt{8}) = \log_{3-\sqrt{8}} \frac{(3+\sqrt{8})(3-\sqrt{8})}{(3-\sqrt{8})}$ **(2p)**

$\log_{3-\sqrt{8}} \frac{1}{(3-\sqrt{8})}$=1 **(1p)**

CONCURSUL NAȚIONAL DE

MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 1 februarie 2020

BAREM DE CORECTARE - **Clasa a X-a**

Subiectul 3

Fie funția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=\begin{cases}(2m-1)x-2, x\le 1\\ 2x+3, x>1\end{cases}$.

a) Determinați valorile lui m pentru care funcţia f este injectivă.
b) Determinați valorile lui m pentru care funcţia f este surjectivă.
c) Determinați valorile lui m pentru care funcţia f este bijectivă.

Barem

a) Condiție 2m-1>0 $=> m \in \left(\frac{1}{2},\ \infty\right)$; **(1p)** $f_1(1) \le f_2(1) => m \in (-\infty, 4]$ **(1p)** $=> m \in \left(\frac{1}{2}, 4\right]$ **(1p).**

b) Condiție 2m-1>0 $=> m \in \left(\frac{1}{2},\ \infty\right)$; **(1p)** $f_1(1) \ge f_2(1) => m \in [4, \infty)$ **(1p)** $=> m \in [4, \infty)$ **(1p).**

c) Din a și b rezultă ca m=4. **(1p).**

Subiectul 4

Determinați funcția bijectivă $f: \boldsymbol{R} \to R, f(x) = ax + b$ cu $a, b \in \boldsymbol{R}$ și $a \neq 0$ a cărei inversă este funcția $g: \boldsymbol{R} \to R, g(x) = 2x - 5$

Barem

Functia bijectivă $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R},\ f(x)=ax+b$ are ca inversă funcția $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$ $g(t)=\frac{1}{a}t-\frac{b}{a}$, unde $a\in\mathbf{R}^*$ **(5p)**

Deci $a=\frac{1}{2}$ si $b=\frac{5}{2}$ **(2p)**.