CONCURSUL NAȚIONAL DE

MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 1 februarie 2020

BAREM DE CORECTARE - **Clasa a IX-a**

Subiectul 1

Să se rezolve ecuația: $\left(3x+\frac{1}{3}\right)+\left(3x+\frac{4}{3}\right)+\left(3x+\frac{7}{3}\right)+\cdots+\left(3x+\frac{37}{3}\right)=121,(3)$.

Barem

Se observă ca termenii sunt în progresie aritmetică având r=1. **(1p)**

Aflarea numărului de termeni n=13. **(2p)**

$S_n=39x+\frac{\frac{38}{3}}{2}\cdot 13=39x+\frac{247}{3}$ **(2p)**

x=1 **(2p)**

Subiectul 2

a) Demonstrați că pentru orice număr natural n, numărul 7^n-1 se divide cu 6.
b) Găsiți numerele naturale n pentru care 2^n-1 se divide cu 7.

Barem

a) Inducția matematică **(4p)**
b) Deoarece $2^{k+3}-1=8\cdot 2^k-1=7.\ 2^k+(2^k-1)$, avem P(k)⇔P(k+3) **(2p)**
Cum P(0) adevărată și P(1), P(2) false, deducem ca $n\in\{0, 3, 6, \ldots, 3k, \ldots\}$ **(1p)**

CONCURSUL NAȚIONAL DE

MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 1 februarie 2020

BAREM DE CORECTARE - **Clasa a IX-a**

Subiectul 3

Fie a și b două numere reale și pozitive. Valorile expresiilor a + b, a−b, ab și $\frac{a}{b}$ așezate în ordine crescătoare sunt $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{3}$, $\frac{7}{4}$. Aflați valorile numerelor reale și pozitive a și b.

Barem

Deoarece din cele patru valori date, nu avem nici unul negativ, considerăm: a > b, deci $\frac{a}{b}>1$

Astfel avem $\frac{a}{b}=\frac{4}{3}$ sau $\frac{a}{b}=\frac{7}{4}$ **(2p)**

Dacă $\frac{a}{b}=\frac{4}{3}$ atunci $\frac{a+b}{a-b}=7$. Din fracțiile din enunț doar $\frac{7}{4}:\frac{1}{4}=7$ deci, a + b= $\frac{7}{4}$,

adică a =1 , b = $\frac{3}{4}$. **(2p)**

Dacă $\frac{a}{b}=\frac{7}{4}$ atunci $\frac{a+b}{a-b}=\frac{11}{3}$. Dar $\frac{11}{3}$ nu face parte din fracțiile date în enunțul problemei.
(2p)

Deci soluția unică a problemei este a =1 , b = $\frac{3}{4}$. **(1p)**

Subiectul 4

Pe latura (AB) și diagonala (AC) ale paralelogramului ABCD se iau punctele M, respectiv N, astfel încât $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}$ și $\overrightarrow{AN}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}$. Arătați că punctele M, N, D sunt coliniare.

Barem

$$\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AN}=-\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DC}\right)=-\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}=$$

$=-\frac{1}{30}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{AD}=\frac{1}{6}\left(-\frac{1}{5}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)=\frac{1}{6}\overrightarrow{MD}$ (pentru fiecare egalitate obținută se acordă un punct)

Din relația $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{6}\overrightarrow{MD}$ rezultă că punctele M, N și D sunt coliniare. **(1p)**