CONCURSUL NAȚIONAL DE

MATEMATICĂ APLICATĂ "ADOLF HAIMOVICI"

Etapa locală, 1 februarie 2020
Clasa a X-a

1.FELADAT

Legyen $z\in\mathbb{C}\setminus\{-1\}$ úgy, hogy $|z| = 1$. Igazoljátok, hogy létezik olyan $a\in\mathbb{R}$ amelyre $a = \frac{1+ai}{1-ai}$.

2. FELADAT

Adott az $E(x)=\log_{3-x}(3+x)$ kifejezés.

a) Határozzátok meg azt a D halmazt amelyen az $E(x)$ kifejezés értelmezett.

b) Igazoljátok, hogy $E(a)E(-a)=1, \forall a\in D$.

c) Számítsátok ki $E\left(\sqrt{8}\right)$.

3. FELADAT

Adott az $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}, f(x)=\begin{cases}(2m-1)x-2, x\le 1\\ 2x+3, x>1\end{cases}$ függvény.

a) Határozzátok meg az m azon értékeit melyekre az f függvény injektív.
b) Határozzátok meg az m azon értékeit melyekre az f függvény szürjektív.
c) Határozzátok meg az m azon értékeit melyekre az f függvény bijektív.

4. FELADAT

Határozzátok meg azt az $f:\boldsymbol{R}\to R, f(x) = ax+b$, $a,b\in\boldsymbol{R}$ és $a\neq 0$ bijektív függvényt, melynek a $g:\boldsymbol{R}\to R, g(x) = 2x-5$ függvény az inverz függvénye.

Megjegyzés:

[1] *Munkaidő 3 óra;*
[2] *Minden feladat kötelező;*
[3] *Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak;*

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ “ADOLF HAIMOVICI”

Etapa locală, 1 februarie 2020
Clasa a XI-a

1. FELADAT

Adott az $f: R \to R$, f(x)=$\sqrt{16x^2+1}+4x-5$ függvény.

a) Számítsátok ki $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$;

b) Határozzátok meg, hány aszimptótája van az f függvény grafikus képének.

2. FELADAT

Adott az $A=\begin{pmatrix}0&0&1\\0&2&0\\3&0&0\end{pmatrix}$ mátrix és $C(A)=\{X\in M_3(\boldsymbol{R}) | A\cdot X = X\cdot A\}$ halmaz.

a) Mutassátok ki, hogy a $B=\begin{pmatrix}1&0&1\\0&1&0\\3&0&1\end{pmatrix}$ mátrix hozzátartozik a $C(A)$ halmazhoz.

b) Ha az X mátrix eleme a $C(A)$ halmaznak ,akkor igazoljátok, hogy X alakja $\begin{pmatrix}a&0&c\\0&b&0\\3c&0&a\end{pmatrix}$.

c) Ha az Y mátrix eleme a $C(A)$ halmaznak és $Y^2=O_3$, akkor igazoljátok, hogy $Y=O_3$.

3. FELADAT

Számítsátok ki $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{1+x+x^2+...+x^n-(n+1)}{x-1}$, n $\in$ **N*.**

4. FELADAT

Adottak az A(4, 4) és B(10, 2) pontok. Határozzátok meg a d: x - 2y + 4 = 0 egyenes azon C pontjának koordinátáit, melyre az ABC háromszög területe 5.

Megjegyzés:

[1] Munkaidő 3 óra;
[2]Minden feladat kötelező;
[3]Minden feladatot 0-tól 7-ig pontoznak;