**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**

***“*ADOLF HAIMOVICI*”***

**Filiera teoretică – Profilul uman – specializarea Filologie, Ştiinţe sociale**

**Etapa locală, 16 februarie 2019**

**Clasa a XII-a**

**Subiectul I (7 puncte)**

Se consideră matricea $A=\left(\begin{matrix}1&0&1\\0&-1&0\\1&0&1\end{matrix}\right)$.

a) Să se calculeze $A^{2}$ şi $A^{3}$.

 b) Să se determine numerele reale $x$ şi $y$ astfel încât: $A^{3}=xA+yA^{2}$.

**Barem**

a) $A^{2}=\left(\begin{matrix}2&0&2\\0&1&0\\2&0&2\end{matrix}\right)$.......................................................................................................................................**2p**

$A^{3}=\left(\begin{matrix}4&0&4\\0&-1&0\\4&0&4\end{matrix}\right)$.........................................................................................................................................**1p**

b) $xA+yA^{2}=\left(\begin{matrix}x+2y&0&x+2y\\0&y-x&0\\x+2y&0&x+2y\end{matrix}\right)$..................................................................................................**2p**

Atunci obţinem sistemul $\left\{\begin{matrix}x+2y=4\\-x+y=-1\end{matrix}\right.$........................................................................................................**1p**

Finalizare $x=2, y=1$...................................................................................................................................**1p**

**Subiectul II (7 puncte)**

Fie mulţimea $G=\left\{a\in R\right\}$.

 a) Să se arate că $M\left(a\right)∙M\left(b\right)=M\left(a+b\right), ∀a, b\in R$;

 b) Să se determine matricele $M(a)\in G$ care verifică egaliatea $M\left(a\right)∙M\left(a^{2}\right)=M(0)$;

 c) Să se calculeze suma$ M\left(1\right)+M\left(2\right)+M\left(3\right)+…+M\left(2019\right)$.

**Barem**

a) Verificarea egalităţii....................................................................................................................**2p**

b) $M\left(a\right)∙M\left(a^{2}\right)=M(a+a^{2})$.......................................................................................................................**1p**

Se obţine ecuaţia $a+a^{2}=0$ ……………………………………………………………………………….**1p**

Scrierea matricelor $M\left(a\right)$ pentru $a\in \left\{-1, 0\right\}$................................................................................................**1p**

c) Calculul sumei cu rezultatul $\left(\begin{matrix}2019&-202∙2019\\0&2019\end{matrix}\right)$................................................................................**2p**

**Subiectul III (7 puncte)**

Trei echipe de baschet participă la un campionat în care se joacă meciuri pe teren propriu şi în deplasare. Se ştie că fiecare echipă joacă 15 meciuri pe teren propriu, iar numărul meciurilor este dat de tabelul următor:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$A$$ | Meciuri câştigate | Meciuri egale | Meciuri pierdute |
| Echipa 1 | 10 | 1 |  |
| Echipa 2 |  | 5 | 1 |
| Echipa 3 | 8 |  | 3 |

1. Scrieţi matricea $A $asociată meciurilor jucate de cele trei echipe pe teren propriu, completând poziţiile libere cu numărul corespunzător;

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| $$B$$ | Meciuri câştigate | Meciuri egale | Meciuri pierdute |
| Echipa 1 | 8 | 4 | 3 |
| Echipa 2 | 8 | 3 | 4 |
| Echipa 3 | 7 | 5 | 3 |

1. Ştiind că matricea $P=\left(\begin{matrix}3\\1\\-1\end{matrix}\right)$ reprezintă punctele corespunzătoare pentru fiecare meci câştigat, meci egal, respectiv meci pierdut, scrieţi matricea care exprimă punctajul obţinut de fiecare echipa la toate meciurile jucate pe teren propriu;
2. Numărul meciurilor jucate în deplasare este dat de tabelul alăturat ($B$).

Aflaţi echipa câştigătoare la finalul campionatului.

**Barem**

a)

$A=\left(\begin{matrix}10&1&4\\9&5&1\\8&4&3\end{matrix}\right)$...............................................................................................................................................**2p**

b)$A∙P=\left(\begin{matrix}27\\31\\25\end{matrix}\right)$ ..................................................................................................................................................**2p**

b)$A∙P+B∙P=\left(\begin{matrix}27\\31\\25\end{matrix}\right)+\left(\begin{matrix}25\\23\\23\end{matrix}\right)=\left(\begin{matrix}52\\54\\48\end{matrix}\right)$……................................................................................................**2p**

Echipa 2 câştigă campionatul …………………………………………………………………………………**1p**

**Subiectul IV (7 puncte)**

Fie matricele $A=\left(\begin{matrix}2&1\end{matrix}\right) $şi $B=\left(\begin{matrix}5&8\end{matrix}\right), A, B\in M\_{1,2}(N)$. Aflaţi câte matrice $X$ pătratice de ordinul $2$ cu elemente numere naturale verifică egalitatea$ A∙X=B,$ unde $X\in M\_{2}(N)$

**Barem**

Fie $X=\left(\begin{matrix}a&b\\c&d\end{matrix}\right)$ cu $a, b, c, d\in N$........................................................................................................................**1p**

$A∙X=\left(\begin{matrix}2a+c&2b+d\end{matrix}\right)$..................................................................................................................................**1p**

Avem atunci $2a+c=5 $şi $2b+d=8$………………………………………………………………………...**1p**

Pentru numerele $a $şi $c$ avem 3 cazuri $(a, c)\in \left\{\left(0, 5\right), \left(1, 3\right), (2, 1)\right\}$.................................................................**2p**

Analog, pentru $b$ şi $d$ avem 5 cazuri $(b, d)\in \left\{\left(0, 8\right), \left(1, 6\right), \left(2, 4\right), \left(3, 2\right), (4, 0)\right\}$..............................................**1p**

Aşadar, vor fi 15 matrice $X$ care verifică cerinţele problemei..............................................................................**1p**

***Notă:*** *Orice altă rezolvare corectă va fi punctată conform baremului.*