**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**

***“*ADOLF HAIMOVICI*”***

**Filiera teoretică – Profilul uman – specializarea Filologie, Ştiinţe Sociale**

**Etapa locală, 16 februarie 2019**

**Clasa a X-a**

**Subiectul I (7 puncte)**

a)Arătaţi că numărul $n=\sqrt[3]{1331}+\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{4}}+\cdots +\frac{1}{\sqrt{2018}+\sqrt{2019}}-\sqrt{2019}$ este natural;

b)Demonstraţi că expresia $E=\frac{log\_{5}x+log\_{25}x+log\_{0,2}x}{log\_{3}x+log\_{\sqrt[3]{9}}x+log\_{0,(3)}x}$ nu depinde de $x$, unde $x>0, x\ne 1$.

**Barem**

a) $\sqrt[3]{1331}=11$……………………………………………………………………………........................…..**1p**

După raţionalizarea numitorilor $n=11-1+\sqrt{2}-\sqrt{2}+\sqrt{3}-…-\sqrt{2018}+\sqrt{2019}-\sqrt{2019}$..............**..1p**

Finalizare $n=10 \in N$ ……………………………………………………………………………………..…**1p**

b)$E=\frac{(1+\frac{1}{2}-1)log\_{5}x}{(1+\frac{3}{2}-1)log\_{3}x}$ ……………………………….......………………………………………………**2p**

$E=\frac{1}{3}log\_{5}3$…………………………………………………………………………………………………….**2p**

**Subiectul II (7 puncte)**

Un cercetător în ştiinţe medicale este în căutarea unui tratament pentru un virus. Pentru aceasta el recoltează o probă ce conţine un număr de $10^{7}$ celule contaminate şi observă că acestea se multiplică de $2,5$ ori la un interval de $15$ minute.

1. Câte celule vor fi după o oră şi jumătate?
2. Dacă se aplică o substanţă de tratament, se constată că numărul celulelor contaminate se micşorează de $5$ ori într-un interval de 20 de minute. Folosind numărul de celule de la punctul a), calculaţi câte astfel de celule vor rămâne după $4$ ore de la aplicarea substanţei de tratament.

**Barem**

a) Într-o oră şi jumătate avem $6$ intervale de $15$ minute ....................................................................................**1p**

$10^{7}∙\left(\frac{5}{2}\right)^{6}=2∙5^{13}$…………………………………………………………………………………………….**2p**

b)În $4$ ore avem $12$ intervale de $20$ de minute ...................................................................................................**1p**

$2∙5^{13}∙5^{-12}=10$……………………………………………………………………………………………..**.3p**

**Subiectul III (7 puncte)**

Fie numerele $a, b, c>0$ cu proprietatea: $\frac{4}{\sqrt{a}}=\frac{3}{\sqrt{b}}=\frac{2}{\sqrt{c}}$ .

1. Comparaţi numerele $a, b, c$;
2. Calculaţi $\frac{\sqrt{a+b+c}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}$.

**Barem**

a) $\frac{4}{\sqrt{a}}=\frac{3}{\sqrt{b}}=\frac{2}{\sqrt{c}}=\frac{1}{k} cu k>0$, atunci avem $a=16k^{2}, b=9k^{2}, c=4k^{2}$....................................................**2p**

$a>b>c$...........................................................................................................................................................**1p**

b)$\frac{\sqrt{a+b+c}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}+\sqrt{c}}=\frac{\sqrt{16k^{2}+9k^{2}+4k^{2}}}{4k+3k+2k}$...............................................................................................................................**2p**

Finalizare $\frac{\sqrt{29}}{9}$ .....................................................................................................................................................**2p**

**Subiectul IV (7 puncte)**

Fie numărul $a$ care verifică egalitatea $2^{a}=3$.

1. Arătaţi că $32^{\frac{5-3a}{5}}=\frac{32}{27}$;
2. Exprimaţi în funcţie de $a$, $log\_{18}\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}$ .

**Barem**

a) $a=log\_{2}3$.....................................................................................................................................................**1p**

$32^{\frac{5-3a}{5}}=\frac{32}{\left(2^{5}\right)^{\frac{3}{5}log\_{2}3}}=\frac{32}{3^{3}}$....................................................................................................................................**2p**

b) $log\_{18}\frac{4\sqrt{2}}{\sqrt[3]{3}}=\frac{log\_{2}\left(\frac{2^{2,5}}{3^{0,(3)}}\right)}{log\_{2}\left(2∙3^{2}\right)}$ ....................................................................................................................................**2p**

Finalizare $\frac{\frac{5}{2}-\frac{a}{3}}{1+2a}=\frac{15-2a}{12a+6}$...................................................................................................................................**2p**

***Notă:*** *Orice altă rezolvare corectă va fi punctată conform baremului.*