**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**

***“*ADOLF HAIMOVICI*”***

**Filiera vocațională – Profilul uman – specializarea pedagogie**

**Etapa locală, 16 februarie 2019**

**Clasa a XII-a**

**Subiectul I (7 puncte)**

Numim cod o matrice *X* de ordin 3 care are trei elemente egale cu 1, iar restul egale cu 0. Dacă, în plus, det*X*0 ,codul se numește supercod.

a) Dați un exemplu de cod și un exemplu de supercod;

b) Dacă *X* este un supercod, arătați că pe fiecare linie și pe fiecare coloană există un singur 1;

c) Care este numărul codurilor pe care le putem forma?

**Barem**

1. Exemplu de cod:

............................................................................................................................**1p**

Exemplu de supercod:

............................................................................................................................**1p**

b) Fie X supercod, atunci pe fiecare linie (coloană) există cel puțin un 1

(în caz contrar, o linie (coloană) conține numai zerouri, deci detX = 0). ..........................................................................................................................................**1p**

Dar matricea are trei elemente egale cu 1.

În concluzie, pe fiecare linie și pe fiecare coloană există un singur 1. …………............ **1p**

c) Trebuie completate 9 locuri cu trei de 1 și șase de 0 …………………………………**1p**

Trebuie alese 3 din cele 9 locuri și completate cu 1

Sunt=84 coduri………………………………………………………………………**2p**

**Subiectul II (7 puncte)**

Fie matricea A=, unde *a* ş i*b* sunt parametri reali.

**a)** Pentru *a* = 2 , să se determine valorile parametrului real *b,* pentru care matricea *A* este inversabilă;

**b)** Pentru *a* = 2 şi *b* = 1, să se determine *A*-1 ,unde *A*-1este inversa matricei *A*;

**c)** Fie ecuaţia de gradul al doilea*x*2- *x* -5 = 0 ale cărei soluţii sunt *x*1 şi *x2*. Dacă *a* =*x1* şi *b* =*x2 ,* să se calculeze determinantul matricei *A*.

**Barem**

1. Pentru *a* = 2 , det*A* 5*b* 2-2 5*b* . ………………………………………………………….**.1p**

Matricea este inversabilă dacă şi numai dacă det*A*0 , de unde -5*b*0⇒*b*0 .

În concluzie matricea *A* este inversabilă pentru b număr real nenul…………………………………..**1p**

b)Pentru *a* 2 şi*b* 1 matricea devine A=det*A* 5…………………………………….**1p**

Calculăm matricea adjunctă=

Atunci A-1=A\*=…………………………………………………**2p**

c)Ecuaţia de gradul al doilea *x*2- *x* -5 = 0 ale cărei soluţii sunt *x*1 şi *x2 ,* verifică relaţiile lui Viète, de

unde vom obţine *x*1 +*x2*1 şi *x*1 *x2*5 …………………………………………………………**1p**

det *A* 3*x*1 *x2**x*1 +*x2*-2

Prin înlocuire se va obţine det *A* 14 …………………………………………………………………..**1p**

**Subiectul III (7 puncte)**

Fie matricele M= ,I2= , A=M+2a I2, cu a număr real.

a)Să se determine valorile parametrului real *a* , pentru care det(*A*) 36 .

b)Pentru a=, să se resolve ecuaţia matricială AX=M.

c)Să se verifice că A2=4aA-4a2I2, pentru a număr real.

**Barem**

a)A=,atunci detA=(2a-2)(2a+2)+4=4a2-4+4=4a2………………………...**1p**

4a2=36 se obţine a1=-3,a2=3……………………………………………………………………**1p**

b)Pentru a= se obţine det A=10, Aeste inversabilă………………………………………...**1p**

Se obţine

A-1=………………………………………..............................................................**1p**

Soluţia ecuaţiei matriceale va fi X=A-1M, deci X=……………………………….**1p**

c)A=, calcul A2…………………………………………………………....**1p**

Calcul 4aA-4a2I2 și concluzia………………………………………………………………..**1p**

**Subiectul IV (7 puncte)**

Fie numerele reale a, b**, *c***şi determinantul D

a)Să se demonstreze că D=(b-a)(c-a)(c-b);

b)Să se arate că dacă D=0,atunci cel puţin două dintre numerele a,b,c sunt egale;

c)Să se arate că dacă a,b și c sunt numere ȋntregi atunci D este un număr ȋntreg par.

**Barem**

a)Scăzând prima linie din celelalte două obţinem:

D⇒D= (b-a)(c-a)= (b-a)(c-a)(c-b)……………………………**3p**

b)Din punctul anterior avem D=(b-a)(c-a)(c-b). ……………………………………………………….**1p**

D=0,atunci cel puţin două dintre numerele a,b,c sunt egale……………………………………………**1p**

c)Dintre cele 3 numere întregi *a*, *b*, *c*, cel puţin două au aceeaşi paritate, deci diferenţa lor este număr par.

Conform punctului **a)**, *D* este număr par……………………………………………………………………..**2p**

***Notă:*** *Orice altă rezolvare corectă va fi punctată conform baremului.*