**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ**

***“*ADOLF HAIMOVICI*”***

**Filiera vocațională – Profilul uman – specializarea pedagogie**

**Etapa locală, 16 februarie 2019**

**Clasa a XI-a**

**Subiectul I (7 puncte)**

Pe mulțimea$ R $definim legea de compoziție$ x\*y=2xy+x+y$

1. Determinați numărul$ a\in R, a.î. x\*a=a\*x=a, ∀x\in R$;
2. Determinați mulțimea elementelor simetrizabile ale legii de mai sus.

**Barem**

**a)**$ x \*y=2xy+x+y=2yx+y+x=y\*x$ **(1p)**

$x \*a=a oricare ar fi x\in R⟺2ax+a+x=a⟺a=-\frac{1}{2}\in R$ . **(2p)**

**b)** căutăm$ e\in R, a.î. x\*e=e \*x=x, oricare ar fi x\in R$

$⟺2\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(e+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=x $de unde$ e=0$ **(2p)**
$$apoi determinăm elementele x^{,} cu proprietatea x \*x^{,}=x^{,}\*x=e,$$

$⟺ 2\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x^{,}+\frac{1}{2}\right)-\frac{1}{2}=0⟺x^{,}=\frac{1}{4x+2}-\frac{1}{2} ,∀ x\in R∖\left\{-\frac{1}{2}\right\} $**(2p)**

**Subiectul II (7 puncte)**

Pe mulțimea$ G=(-4,\infty )$ definim legea $x\*y=xy+4x+4y+12$

1. **(3p)** Arătați că$ x\*y\in G$;
2. **(4p)** Arătați că legea de compoziție definită mai sus este asociativă.

**Barem**

a)$ x\*y=xy+4x+4y+12=\left(x+4\right)\left(y+4\right)-4, de undex\*y>-4 $**(3p)** b)asociativitatea **(4p)**

**Subiectul III (7 puncte)**

Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea $x\*y=\sqrt{x^{2}+y^{2}}$

1. Să se arate că$\left(2\sqrt{3}+2\sqrt{5}\right)\*\left(\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}\right)\in N$;
2. Să se arate că$ (x\*y$)$\sqrt{2}\geq \left|x+y\right| $pentru orice$ x,y\in R$.

**Barem**

**a**)$\left(2\sqrt{3}+2\sqrt{5}\right)\*\left(\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}\right)=\left(2\sqrt{3}+2\sqrt{5}\right)\*\left(2\sqrt{3}-2\sqrt{5}\right) $$ \left(2\sqrt{3}+2\sqrt{5}\right)\*\left(\frac{4}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}\right)=\left(2\sqrt{3}+2\sqrt{5}\right)\*\left(2\sqrt{5}-2\sqrt{3}\right)$**(1p)**

$=\sqrt{\left(2\sqrt{3}+2\sqrt{5}\right)^{2}+\left(2\sqrt{3}-2\sqrt{5}\right)^{2}}=\sqrt{24+40}=8\in N $$=\sqrt{\left(2\sqrt{3}+2\sqrt{5}\right)^{2}+\left(2\sqrt{5}-2\sqrt{3}\right)^{2}}=\sqrt{24+40}=8\in Ν$ **(2p)**

 **b**)$(x\*y$)$\sqrt{2}\geq \left|x+y\right|⟺\sqrt{2(x^{2}+y^{2})}\geq \left|x+y\right|\geq 0$ **(2p)**

prin ridicare la pătrat avem

$2x^{2}+2y^{2}\geq \left(x+y\right)^{2}$și finalizarea $\left(x-y\right)^{2}\geq 0 ∀x,y\in R$**(2p)**

**Subiectul IV (7 puncte)**

Pe mulțimea G=(0,$\infty $) definim legea de compoziție$ x\*y=x^{log\_{3}y}$

1. Să se arate că$ x\*y=3^{(log\_{3}x)∙(log\_{3}y)}$;
2. Să se determine simetricul elementului$ x=3^{n}, n\in N n\geq 2$.

**Barem**

**a**)$x\*y=x^{log\_{3}y} ⟺x^{log\_{3}y}=3^{(log\_{3}x)∙(log\_{3}y)}$

$⟺(log\_{3}x)∙(log\_{3}y)=(log\_{3}x)∙(log\_{3}y)$**(3p)**

**b**)Determinarea elementului neutru$ e=3$ **(2p)**

 Determinarea simetricului$ x=3^{\frac{1}{n}}n\geq 2 $$ x'=3^{\frac{1}{n}}, n\geq 2$ **(2p)**

***Notă:*** *Orice altă rezolvare corectă va fi punctată conform baremului.*