

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ  
"ADOLF HAIMOVICI"****Profilul servicii , resurse naturale și protecția mediului****Profilul real specializarea științele naturii****Profilul tehnic****Etapa locală, 16 februarie 2019****CLASA A XI-A****Subiectul I (7 puncte)**Fie  $a \in \mathbf{R}$  și matricea  $X(a) = \begin{pmatrix} 1 + 2a & a \\ -2a & 1 - a \end{pmatrix}$ .

- a) Arătați ca  $X(a) \cdot X(b) = X(a + b + ab)$ ,  $\forall a, b \in \mathbf{R}$ .  
b) Demonstrați că  $X^n(1) = X(2^n - 1)$ ,  $\forall n \in \mathbf{N}^*$ .

**Subiectul II (7 puncte)**Se consideră determinantul  $D(a, b) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & a^2 & 1 \\ b & b^2 & 1 \end{vmatrix}$ , unde  $a$  și  $b \in \mathbf{R}$ .

- a) Arătați că  $D(2,3)=2$ .  
b) Verificați dacă  $D(a,b)=(a-1)(b-1)(b-a)$ ,  $\forall a, b \in \mathbf{R}$ .  
c) În reperul cartezian  $xOy$  se consideră punctele  $P_n(n, n^2)$  unde  $n \in \mathbf{N}^*$ . Determinați numărul natural  $n$ ,  $n \geq 3$  pentru care aria  $\Delta P_1 P_2 P_n$  este egală cu 1.

**Subiectul III (7 puncte)**Se consideră funcția  $f: \mathbf{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbf{R}$ ,  $f(x) = \frac{x^2 - x}{x + 1}$ .

- a) Determinați ecuațiile asimptotelor funcției.  
b) Să se determine  $a, b \in \mathbf{R}$ , astfel încât  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 - x}{x + 1} - ax - b \right) = 3$ .

**Subiectul IV (7 puncte)**

Calculați următoarele limite:

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{3x^2 - 2x + 1}}{2x + 3}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin 7x}$$