

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

**Etapă locală, 16 februarie 2019**

**Clasa a X-a**

**1. Feladat (7 pont)**

a) Igazoljátok, hogy  $E = x^{\log_a \frac{y}{z}} \cdot y^{\log_a \frac{z}{x}} \cdot z^{\log_a \frac{x}{y}}$  állandó, az  $a, x, y, z$  összes lehetséges értékére.

b) Ha  $\lg 2 = a$  és  $\lg 3 = b$  fejezzétek ki  $a$  és  $b$  függvényében a  $\log_{72} 108$ -at.

**2. Feladat (7 pont)**

Határozzátok meg az  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = ax + b, a, b \in \mathbf{R}, a \neq 0$  bijektív függvényt, ha tudjuk, hogy  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(t) = 2t - 5$  az inverz függvénye.

**3. Feladat (7 pont)**

Ha  $z_1, z_2$  a  $z^2 - 3z + 4 = 0$  egyenlet gyökei, számítsátok ki:

a)  $z_1^2 + z_2^2$ ;

b)  $\left(z_1 + \frac{5}{z_1} - 3\right) \left(z_2 + \frac{5}{z_2} - 3\right)$ .

**4. Feladat (7 pont)**

Határozzátok meg az  $a$  valós szám értékeit úgy, hogy teljesüljön a következő egyenlőség:

$$\sqrt{84 + a\sqrt{3}} + \sqrt{84 - a\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}.$$

**Megjegyzés:** Munkaidő 3 óra.

Minden feladat kötelező.