



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ

”ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

Etapa locală, 16 februarie 2019
Clasa a IX-a

Subiectul I (7 puncte)

a) Fie $a \in \mathbf{Z}$. Demonstrați că numărul $a(a + 1)(a + 2)(a + 3) + 1$ este pătrat perfect.

b) Demonstrați că, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbf{R}$, are loc inegalitatea:

$$|2a + b - 1| + |a - 2b - 3| + |3a - b - 5| \geq 1.$$

Subiectul II (7 puncte)

Calculați sumele următoare:

a) $S_n = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{n\text{ cifre}}$.

b) $S_n(x) = x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + nx^n, x \in \mathbf{R} \text{ și } n \in \mathbf{N}^*$.

Subiectul III (7 puncte)

Un elev parcurge cu bicicleta drumul de acasă până la școală. Știind că elevul parcurge în fiecare minut cu 25 de metri mai mult decât în minutul anterior și că el a parcurs în primul minut 100 de metri, determinați:

- a) Ce distanță a parcurs elevul în al 10-lea minut?
b) Ce distanță parcurge de acasă până la școală, știind că elevul ajunge la școală după jumătate de oră?

Subiectul IV (7 puncte)

Fie ABCD un patrulater convex, O_1, O_2 mijloacele diagonalelor $[AC]$, respectiv $[BD]$. Dacă $4\overrightarrow{O_1O_2} = \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BC}$, atunci arătați că ABCD este paralelogram.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.