

CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ

“ADOLF HAIMOVICI”

Filiera teoretică – Profilul uman – specializarea Filologie, Științe sociale

Etapa locală, 16 februarie 2019
Clasa a XII-a

Subiectul I (7 puncte)

Se consideră matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- Să se calculeze A^2 și A^3 .
- Să se determine numerele reale x și y astfel încât: $A^3 = xA + yA^2$.

Subiectul II (7 puncte)

Fie mulțimea $G = \left\{ M(a) = \begin{pmatrix} 1 & -\frac{a}{5} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{R} \right\}$.

- Să se arate că $M(a) \cdot M(b) = M(a + b)$, $\forall a, b \in \mathbb{R}$.
- Să se determine matricele $M(a) \in G$ care verifică egalitatea $M(a) \cdot M(a^2) = M(0)$.
- Să se calculeze $M(1) + M(2) + M(3) + \dots + M(2019)$.

Subiectul III (7 puncte)

Trei echipe de baschet participă la un campionat în care se joacă meciuri pe teren propriu și în deplasare. Se știe că fiecare echipă joacă 15 meciuri pe teren propriu, iar numărul meciurilor este dat de tabelul următor:

A	Meciuri câștigate	Meciuri egale	Meciuri pierdute
Echipa 1	10	1	
Echipa 2		5	1
Echipa 3	8		3

- Scrieți matricea Asociată meciurilor jucate de cele trei echipe pe teren propriu, completând pozițiile libere cu numărul corespunzător;
- Știind că matricea $P = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ reprezintă punctele corespunzătoare pentru fiecare meci câștigat, meci egal, respectiv meci pierdut, scrieți matricea care exprimă punctajul obținut de fiecare echipa la toate meciurile jucate pe teren propriu;
- Numărul meciurilor jucate în deplasare este dat de tabelul alăturat (B).
Aflați echipa câștigătoare la finalul campionatului.

B	Meciuri câștigate	Meciuri egale	Meciuri pierdute
Echipa 1	8	4	3
Echipa 2	8	3	4
Echipa 3	7	5	3

**Subiectul IV (7 puncte)**

Fie matricele $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \end{pmatrix}$ și $B = \begin{pmatrix} 5 & 8 \end{pmatrix}$, $A, B \in \mathcal{M}_{1,2}(\mathbb{N})$. Aflați câte matrice X pătratice de ordinul 2 cu elemente numere naturale verifică egalitatea $A \cdot X = B$, unde $X \in \mathcal{M}_2(\mathbb{N})$.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.