



---

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICĂTĂ****“ADOLF HAIMOVICI”****Profilul servicii, resurse natural și protecția mediului****Profilul real specializarea științele naturii****Profilul tehnic****Etapa locală, 16 februarie 2019****Clasa a X-a****Subiectul I (7 puncte)**

a) Pentru toate valorile admisibile  $a, x, y, z$ , să se demonstreze că expresia  $E = x^{\log_a \frac{y}{z}} \cdot y^{\log_a \frac{z}{x}} \cdot z^{\log_a \frac{x}{y}}$  este constantă.

b) Dacă  $\lg 2 = a$  și  $\lg 3 = b$  calculați  $\log_{72} 108$  în funcție de  $a$  și  $b$ .

**Subiectul II (7 puncte)**

Determinați funcția bijectivă  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, f(x) = ax + b, a, b \in \mathbf{R}$  și  $a \neq 0$ , care are inversa  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, g(t) = 2t - 5$ .

**Subiectul III (7 puncte)**

Fie  $z_1, z_2$  soluțiile ecuației:  $z^2 - 3z + 4 = 0$ . Calculați:

a)  $z_1^2 + z_2^2$ ;

b)  $\left(z_1 + \frac{5}{z_1} - 3\right) \left(z_2 + \frac{5}{z_2} - 3\right)$ .

**Subiectul IV (7 puncte)**

Să se determine numerele reale  $a$  care verifică egalitatea  $\sqrt{84 + a\sqrt{3}} + \sqrt{84 - a\sqrt{3}} = 10\sqrt{3}$ .

**Notă:** Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.