

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului

Profilul real specializarea științele naturii

Profilul tehnic

Etapa locală, 16 februarie 2019

Clasa a IX-a

1. Feladat (7 pont)

a) Igazoljátok, hogy bármely $a \in \mathbf{Z}$ esetén az $a(a+1)(a+2)(a+3)+1$ egy teljes négyzet.

b) Bizonyítsátok be, hogy bármely $a, b, c \in \mathbf{R}$ esetén teljesül a következő egyenlőtlenség:

$$|2a + b - 1| + |a - 2b - 3| + |3a - b - 5| \geq 1.$$

2. Feladat (7 pont)

Számítsátok ki a következő összegeket: a) $S_n = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{9999 \dots 9}_{n \text{ számjegy}}$.

b) $S_n(x) = x + 2x^2 + 3x^3 + \dots + nx^n, x \in \mathbf{R}$ és $n \in \mathbf{N}^*$.

3. Feladat (7 pont)

Egy tanuló az otthona és az iskola közötti távolságot kerékpárral teszi meg. Minden percben 25 méterrel többet tesz meg, mint az előző percben, és az első percben 100 métert haladt. Határozzátok meg a következőket:

a) Hány métert tett meg a 10-dik percben?

b) Milyen távolságra van az iskola az otthonától, ha tudjuk, hogy fél óra múlva érkezik meg?

4. Feladat (7 pont)

Az ABCD konvex négyszögben O_1, O_2 az $[AC]$ illetve $[BD]$ átlók felezőpontja. Ha $4\overline{O_1O_2} = \overline{AD} - \overline{BC}$, akkor igazoljátok, hogy ABCD paralelogramma.

Megjegyzés: Munkaidő 3 óra.

Minden feladat kötelező.