



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ

“ADOLF HAIMOVICI”

Filiera vocațională – Profilul uman – specializarea pedagogie

Etapa locală, 16 februarie 2019

Clasa a XI-a

Subiectul I (7 puncte)

Pe mulțimea \mathbb{R} definim legea de compoziție $x * y = 2xy + x + y$

- Determinați numărul $a \in \mathbb{R}$, a.î. $x * a = a * x = a, \forall x \in \mathbb{R}$;
- Determinați mulțimea elementelor simetrizabile ale legii de mai sus.

Subiectul II (7 puncte)

Pe mulțimea $G = (-4, \infty)$ definim legea $x * y = xy + 4x + 4y + 12$

- Arătați că $x * y \in G$;
- Arătați că legea de compoziție definită mai sus este asociativă.

Subiectul III (7 puncte)

Pe mulțimea numerelor reale se consideră legea $x * y = \sqrt{x^2 + y^2}$

- Să se arate că $(2\sqrt{3} + 2\sqrt{5}) * \left(\frac{4}{\sqrt{3} + \sqrt{5}}\right) \in \mathbb{N}$;
- Să se arate că $(x * y)\sqrt{2} \geq |x + y|$ pentru orice $x, y \in \mathbb{R}$.

Subiectul IV (7 puncte)

Pe mulțimea $G = (0, \infty)$ definim legea de compoziție $x * y = x^{\log_3 y}$

- Să se arate că $x * y = 3^{(\log_3 x) \cdot (\log_3 y)}$;
- Să se determine simetricul elementului $x = 3^n, n \in \mathbb{N}, n \geq 2$.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.